



Adolfo E. Altenberg

Ingeniero Civil (UBA). M.S. in Civil Engineering (Penn State University). PhD. in Civil Engineering (Texas A&M University). Docente Fac. de Ingeniería UdeMM

Respuesta de una Gran Plataforma "Spar" a una Excitación de Entrada Producida por Olas Monocromáticas

Laboratorio de Procesamiento de Señales, Universidad Argentina de la Empresa. Unidad de Investigación de la Facultad de Ingeniería, Universidad de la Marina Mercante

Abstract

En este trabajo se propone la utilización de la Transformada Wavelet Continua (TWC) aplicando funciones complejas de Morlet para la realización de un análisis en tiempo-frecuencia de la envolvente de la amplitud de pico a pico de las olas monocromáticas de excitación producidas en el tanque generador de olas del OTRC y la correspondiente respuesta dada por el movimiento horizontal ("surge") de un modelo a escala de una gran plataforma petrolera del tipo "Spar". Mediante el uso de la mencionada transformada y haciendo las consideraciones adecuadas sobre su extensión en los bordes con fines de cálculo, es posible extender las conclusiones extraídas en trabajos anteriores sobre el comportamiento dinámico del sistema olas-plataforma.

Keywords

Plataforma Spar, wavelet de Morlet compleja, Transformada Wavelet Continua, olas monocromáticas, sistema olas-plataforma, análisis en tiempo-frecuencia.

1. Introducción

El análisis y síntesis numérica de series temporales representando la respuesta en estado estacionario de estructuras móviles como las grandes plataformas "Spar" han sido recientemente objeto de considerable atención. La predicción del comportamiento de la "Spar" en el océano, donde la excitación producida por las olas se va estableciendo gradualmente durante un largo período, requiere el uso de series que lleguen a condiciones de estado estacionario (sin los términos correspondientes a las vibraciones libres debidos a las condiciones iniciales). Las plataformas "Spar" tienen frecuencias naturales muy bajas, lo cual hace difícil obtener una respuesta estacionaria sin incurrir en muy largos y costosos experimentos en tanques de olas artificiales con modelos a escala. Además, a partir de un cierto tiempo, los efectos de la reflexión de las olas generadas en el tanque comienzan a tener un efecto apreciable en los datos experimentales. Esto hace generalmente los tests incompatibles con los resultados de las simulaciones numéricas. Bajo estas

restricciones temporales es importante obtener una estimación cuantitativa del grado en el que se ha obtenido el estado estacionario en las mediciones experimentales.

Cuando la respuesta está constituida por un único modo, el examen visual de la señal en su representación en el dominio temporal (base de Shannon) es una forma rápida y sencilla de determinar cuantitativamente su régimen. Sin embargo, las plataformas "Spar" experimentan respuestas en múltiples frecuencias, y la complejidad de la serie temporal resultante hace imposible, o a lo sumo muy difícil, extraer información cuantitativa de ésta a partir de su representación en la base de Shannon. Más aún, la caracterización cuantitativa del comportamiento de la serie en cada uno de los modos de la estructura es a menudo necesaria. La señal correspondiente a la respuesta debe ser, por consiguiente, descompuesta en sus bandas de frecuencias constituyentes para poder realizar una interpretación adecuada de la misma. Debido a la naturaleza transitoria de este tipo de

datos, el análisis de Fourier no provee una representación útil, debido a la falta de localización temporal de sus átomos constituyentes. Sin embargo, la proyección de este tipo de señales en una "frame" generada por una Transformada Wavelet Continua (TWC) puede dar información de frecuencia a lo largo del tiempo. Esta clase de análisis fue realizada recientemente por diversos investigadores (cf. Jordan et al. (1998a)), quienes obtuvieron una útil aguda comprensión sobre la respuesta de plataformas "Spar" sujetas a excitación producida por olas monocromáticas. Estos investigadores encontraron, sin embargo, efectos de borde dependientes de la escala de análisis debidos a la longitud finita de las series temporales sujetas a análisis. Desafortunadamente, para evitar este problema sería necesario analizar una porción de datos de una longitud muy larga, lo que nos lleva nuevamente al problema de los experimentos costosos y las inconsistencias relacionadas con la reflexión de las olas en el tanque. A pesar de ello, es posible obtener resultados lógicos por medio del establecimiento de hipótesis adecuadas acerca del comportamiento en los bordes de las series temporales y un tratamiento de sus extremos acorde con las mismas. Nuestro objetivo en este trabajo, es el de extender los resultados obtenidos por Jordan et al. (1998a), mediante la aplicación de esta metodología.

2. Modelo de la plataforma "Spar" y datos

El mismo modelo y datos utilizados por Jordan et al. (1998a) ha sido empleado en este trabajo. El modelo consiste en una plataforma "Spar" a una escala de 1:55 testada en el tanque generador de olas del OTRC (OTRC

(1995)). La entrada de olas monocromáticas tiene un período nominal de 21 s., y una altura de ola de 20 ft.. La estructura posee valores nominales de 332 s. para su período natural de desplazamiento horizontal ("surge") y 62 s. para su período natural de vaivén ("pitch"). El movimiento de "surge" se midió con un artefacto de seguimiento óptico de objetivo ubicado al nivel de la cubierta del modelo a 179.9 ft. (unidades de prototipo) por encima del nivel medio del agua (NMA). Las señales correspondientes a las olas monocromáticas de entrada y la correspondiente respuesta de "surge" se muestrearon a una tasa de 0.37081 s. y constaron de 2400 puntos.

3. Metodología

Siguiendo a Jordan et al. (1998a), la serie se proyectó sobre un espacio generado por la TWC, por medio de un "frame" compuesto de wavelets de Morlet de valores complejos. De esta forma, se obtuvo una envolvente de la amplitud de pico a pico en cada uno de los modos de la respuesta. Es decir,

$$A(\tau) = \frac{2}{GA} \sqrt{\frac{|W(a,\tau)|^2}{a}} \quad (1)$$

en la cual $A(\tau)$ es la amplitud, a la escala de análisis, τ el tiempo, GA la ganancia, y

$$W(a,\tau) = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \Psi^* \left(\frac{t-\tau}{a} \right) dt \quad (2)$$

es la proyección de la señal f sobre el espacio de la TWC definido por

la wavelet de Morlet compleja ψ . La correlación definida por la ecuación (2) es realizada en el dominio de frecuencia mediante una FFT. A diferencia de la formulación de Jordan, el cual recurre a una transformada FFT de una wavelet de Morlet compleja muestreada (Jordan et al. (1997), (1998a), (1998b)), nosotros usamos la expresión exacta de la Transformada de Fourier de la mencionada wavelet. Esta transformada es muestreada en una grilla del mismo número de puntos que aquellos de la señal analizada, siguiendo a Wavelab (Buckheit et al. (1995)). Esto causa una diferencia en la relación entre frecuencia pico y escala para una wavelet dada entre ambas formulaciones. Mediante la consideración de las tasas de muestreo de la señal y la wavelet y cortando los extremos de esta última, Jordan et al. (1998b) obtienen,

$$f_p = \frac{0.7832}{a} \quad (3)$$

como la relación mencionada. En nuestro caso,

$$\omega_p = \frac{\omega_\psi}{a} \quad (4)$$

con $\omega_\psi \in [5,6]$. Haciendo $\omega_\psi = 5,5$, como en Jordan et al. obtenemos

$$f_p = \frac{5.5}{2\pi \Delta t_s a} \text{ [Hz]} \quad (5)$$

donde Δt_s es la tasa de muestreo de la serie, en nuestro caso $\Delta t_s = 0.37081$ s., lo que da

$$f_p = \frac{2.3606}{a} \text{ [Hz]}. \quad (6)$$

Ya que la expresión exacta de la wavelet en el dominio de la frecuencia es usada, en lugar de una FFT de la representación en el dominio temporal de la wavelet de Morlet compleja, no hay problemas de "aliasing" relacionados con la tasa de muestreo de la wavelet. Sin embargo, errores de muestreo en el dominio de Fourier pueden ser generados, especialmente a niveles altos de escala donde el gradiente de los átomos constituyentes puede tornarse muy alto. Este problema puede ser solucionado en parte mediante la adición de tantos ceros como fueran necesarios al final de los datos, incrementando artificialmente de esta forma la tasa de muestreo en el dominio de la frecuencia, lo cual da una interpolación trigonométrica de los valores de la wavelet en el dominio temporal. El uso de la versión exacta de la wavelet en espacio de Fourier implica además la ausencia de error relacionado con el corte sus extremos.

La correlación descrita en la ecuación (2), cuando es realizada en el dominio de la frecuencia, incluye cerca de los bordes la contribución de puntos que están ubicados en los bordes opuestos de la serie debido a la periodicidad de la transformación (Jordan et al. (1997)). Jordan et al. extienden los datos originales mediante la adición de ceros, llevando la longitud de las señales de 2400 a 8192 puntos. Esta operación de adición de ceros se realiza en esta forma para dar una longitud correspondiente a una potencia de dos a la serie, lo cual permite la aplicación de algoritmos eficientes de FFT y otorgar a la vez una tasa de muestreo suficiente para la wavelet en el dominio temporal que evite los errores de muestreo de los átomos de análisis en el espacio de Fourier. El efecto combinado del uso de la FFT con la adición

de ceros es equivalente a una correlación en el dominio temporal entre los correspondientes filtros dados por las wavelets a cada escala, con las series de datos completadas con ceros en los extremos. La consecuencia indeseada de esto es la generación de errores computacionales en los bordes, los que fueron reportados por Jordan et al. (1998a). La única forma de evitar en forma completa estos errores es procesando una larga sección de datos, manteniendo solo aquellos coeficientes que se encuentran en la región central de la serie, los cuales se hallan inmaculados por los efectos de una inadecuada representación de los extremos, o recurriendo a átomos constituyentes en los extremos, los cuales deben mantener las principales características de aquellos utilizados para representar la región central. Esto último ha sido propuesto por Herley y Vetterli (1993) y Strang y Nguyen (1996). La primera opción nos enfrenta con el problema de largos y costosos experimentos e inconsistencias relacionadas con la reflexión de olas en el tanque, mientras que la segunda opción escapa al objetivo de este trabajo y queda para futuro trabajo de investigación. Sin embargo, si se formula hipótesis adecuadas sobre el comportamiento no estacionario de las series temporales, resultados mas cercanos a la realidad que la de aquellos reportados por Jordan et al. (1998a) pueden ser logrados. Analizando el comportamiento de la señal que representa a la entrada constituida por las olas monocromáticas se puede apreciar que la adición de ceros en el extremo final de la serie no es una buena premisa (como se observa en la Figura 1). Mientras que es evidente mediante el simple examen visual de la señal monocromática dada en la base de Shannon que la amplitud de

pico a pico ha alcanzado una condición de estado estacionario, este hecho se presenta inconsistente con los resultados correspondientes a la adición de ceros en el extremo final. Para proponer una estrategia alternativa para el tratamiento de los bordes de las series temporales es necesario establecer hipótesis sobre el comportamiento de las mismas en sus extremos. De la observación del experimento físico de la producción de olas en un tanque generador se puede llegar a la conclusión de que el proceso comienza desde una amplitud nula, incrementándose el valor de la misma con una pendiente dada por una función cosenoidal hasta que ésta llega a una meseta. De esta premisa sobre el comportamiento de una serie temporal hipotéticamente mas larga, la reflexión de los datos en los extremos conjugados con una multiplicación por una exponencial negativa en el extremo de comienzo parece ser una elección plausible. Es importante hacer notar que los resultados obtenidos en esta forma no serán exactos, sino sólo una mejor aproximación a los valores reales de la amplitud de pico a pico.

Otra fuente de error surge de las condiciones de regularidad de las señales analizadas en esta sección. Es un hecho conocido que los coeficientes correspondientes a las representaciones de funciones en wavelets, tanto en su versión discreta como continua, son muy sensibles a las características locales de regularidad de las funciones representadas. Si una función es localmente lisa, los valores de su transformada wavelet permanecerán pequeños, mientras que en el caso de que la función presente una singularidad, la amplitud de los coeficientes se incrementara notablemente en un entorno de ésta (Farge (1992)). Por

consiguiente, la inclusión de singularidades en los bordes debe ser cuidadosamente evitada.

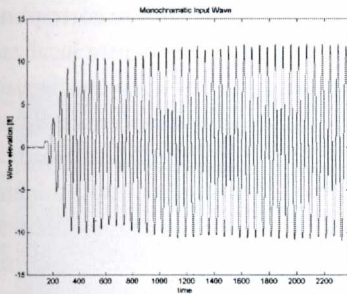


Figura 1: Elevación de la ola monocromática de entrada.

Para el caso de extensión por reflexión y para datos que presenten las características de aquellos mostrados en la Figura 1, se hace necesario cortar el extremo final de la serie temporal en un punto que presente un extremo local.

4. Implementación y resultados

Fue realizado un pre-procesamiento de los datos para reducir los errores en los bordes inherentes al enfoque de Jordan et al. (1998a). Para la entrada conformada por las olas, la serie temporal fue cortada en el extremo final (bin 2381), cercenando en esta forma los últimos 19 bins, es decir los 7.04539 s. finales. A continuación, 1715 ceros fueron agregados en el extremo del comienzo, obteniéndose en esta forma una serie temporal de 2^{12} puntos. Finalmente, la señal resultante fue extendida por reflexión en sus bordes. La TWC consistió en un análisis de aproximadamente nueve octavas, con 24 voces por cada octava, es decir, dos voces por cada nota musical occidental, siendo la primera escala calculada $2^{0.5}$ y la última 2^8 . La serie temporal correspondiente a la

respuesta de la plataforma "Spar" fue cortada en los dos bordes, en el bin seis del extremo del comienzo y en el bin 2397 en el extremo final, perdiéndose en esta forma los últimos tres bins (1.11243 s.) y los primeros cinco bins (1.85405 s.). A continuación, la señal resultante fue alargada hacia la izquierda mediante reflexión amortiguada por una exponencial negativa de la forma e^{-at} , con un valor de $a=0.01$ hasta que la serie temporal resultante alcanza 2^{12} puntos. Finalmente, la serie así obtenida fue extendida por reflexión en sus bordes. En este caso se realizaron dos TWCs para una mejor interpretación de los resultados del análisis. La primera TWC consistió en un análisis de aproximadamente 12 octavas con 24 voces por cada octava (desde la escala $2^{0.5}$ a la escala 2^{11}), la cual muestra el proceso íntegro. La segunda TWC estuvo conformada por un análisis de aproximadamente seis octavas, con 24 voces por cada octava (desde la escala $2^{6.5}$ a la escala 2^{11}) centrándose en los modos de "pitch" y "surge" de la respuesta de la plataforma "Spar".

La entrada del sistema, conformada por las olas monocromáticas, y la correspondiente respuesta en "surge" de la plataforma "Spar" se encuentran representadas gráficamente en forma conjunta en la Figura 2. La Figura 3 muestra los valores de la envolvente de pico a pico de la amplitud de las olas monocromáticas de entrada. Los colores representan los valores de la amplitud en una escala conformada por 128 colores. Para obtener los valores de la amplitud en "feet", los números en la escala de colores deben ser multiplicados por 0.1735. Para obtener los valores del tiempo en segundos, los números en la escala de tiempo tienen que ser multiplicados

por 0.37081, que es la tasa de muestreo de los datos.

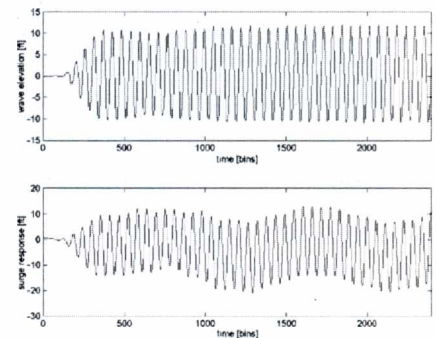


Figura 2: Entrada de olas monocromáticas y respuesta de la plataforma "Spar".

Se puede observar que hay una fuerte concentración de las amplitudes alrededor de la escala $a=2^{5.625}$, la cual puede ser expresada, de acuerdo con la ecuación (6), como $f \approx 4.7833 \times 10^{-2}$ Hz., lo que equivale a un periodo $T \approx 20.906$ s. Este valor es consistente con su valor nominal esperado de 21 s. Se pueden observar también, perturbaciones de menor amplitud a frecuencias mayores (valores de escala menores), pero dicho fenómeno escapa al objetivo de este trabajo. Comparando las figuras 2 y 3, se puede apreciar que hay una clara correspondencia entre la proyección sobre el espacio de la TWC de los valores de la amplitud de pico a pico, y su representación en el dominio temporal. Esto se verifica para todo el rango temporal del análisis, lo cual muestra que las hipótesis sobre el comportamiento del proceso, efectuadas en la sección III, y la correspondiente selección del tipo de extensión en los bordes fueron adecuadas. Se puede apreciar claramente que la serie temporal alcanza un estado estacionario, al menos alrededor de su principal componente en frecuencia.

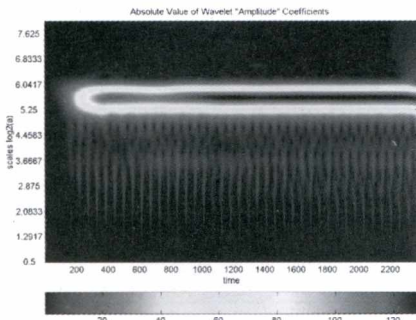


Figura 3: Gráfico del valor absoluto de los coeficientes de la transformada wavelet de las olas de entrada.

La Figura 4 presenta los valores de la envolvente de la amplitud de pico a pico correspondientes a la respuesta en surge de la plataforma “Spar” proyectados en el espacio de la TWC seleccionada. Los valores de amplitud se encuentran representados en una escala de 128 colores. Para obtener dichos valores en “feet”, los números en la escala de colores deben ser multiplicados por 0.2158 s. El valor del tiempo en segundos se puede obtener multiplicando la escala de tiempo nuevamente por 0.37081, que es la tasa de muestreo de los datos. La mayor parte de las amplitudes se concentran alrededor de la escala $a=2^{5.625}$ la que, mediante la ecuación (6), puede ser expresada como $f \approx 4.7833 \times 10^{-2}$ Hz., lo que equivale a un periodo de T 20.906 s. Alrededor de esta banda de frecuencias el sistema se comporta aproximadamente como un amplificador lineal, como puede observarse por inspección visual de los gráficos de amplitudes representados en las figuras 3 y 4. Por otro lado, para las perturbaciones que se observan a frecuencias más elevadas el sistema claramente atenúa la señal de entrada. En síntesis, para las escalas que van de $a=2^{5.625}$ hacia valores más bajos, el sistema parece comportarse como

un filtro lineal, aunque una prueba detallada de esta afirmación queda como una futura línea de investigación. Además de las amplitudes de la respuesta indicadas anteriormente, se pueden observar otras dos amplitudes, situadas en bandas de escala menos concentradas, alrededor de las escalas $a=2^{7.4167}$ y $a=2^{9.4583}$, las cuales corresponden a las frecuencias naturales de la plataforma “Spar”. Dichas amplitudes han sido identificadas por Jordan et al. (1998a), como los modos de “pitch” y “surge” de la plataforma respectivamente. Para estudiarlas en una forma más detallada es conveniente recurrir a una proyección en el espacio de la TCW que las represente en forma separada.

La Figura 5 presenta los valores de la amplitud de pico a pico de la respuesta del sistema en sus frecuencias naturales de “pitch” y “surge” en una escala de 128 colores. Para expresar dichos valores en “feet”, los números en la escala de colores deben ser multiplicados por el período de muestreo, es decir 0.37081. No resulta claro si la estrategia adoptada para el tratamiento de los bordes en la respuesta en “surge” es tan adecuada como lo fue para el caso de la entrada de olas. Mientras que parece haber consonancia entre el comportamiento de las proyecciones en el dominio temporal y en del espacio de la TWC para el rango de escalas que se sitúa entre la escala $a=2^{5.625}$ hasta la región de frecuencias máximas analizadas, esto mismo no puede decirse de la respuesta alrededor del modo natural de “surge”. En este caso parece que la bifurcación observada en el entorno del bin 1800 (667 s.) a la escala

$a=2^{9.4583}$ (período natural de “surge”) pudiera ser provocada por el hecho de que el mínimo local para la porción de la respuesta que se encuentra alrededor de la escala no se corresponde con aquel que se encuentra localizado en un entorno de la frecuencia natural de surge, introduciéndose de este modo, una singularidad indeseada en el borde. Para superar este problema, las frecuencias más altas podrían ser extraídas mediante filtrado y substracción (usando e. g. una proyección en esta misma TWC para filtrado), y luego procediendo con la misma técnica hasta que todos los modos hayan sido analizados, pero esto puede resultar muy trabajoso, especialmente cuando uno trata con un gran número de bandas de frecuencia de interés. Pero esto escapa a la óptica de este trabajo, quedando para tema de investigación futura.

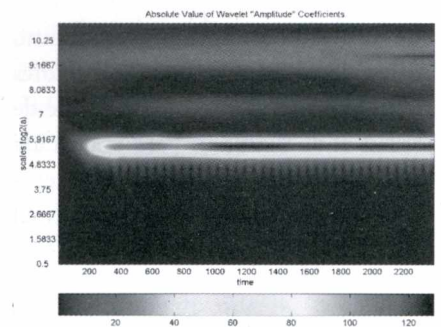


Figura 4: Gráfico del valor absoluto de los coeficientes de la transformada wavelet de la respuesta en “surge”.

Para el caso de la respuesta correspondiente a la frecuencia natural de “pitch” es difícil llegar a alguna conclusión con respecto a su régimen basada en su proyección sobre el espacio de esta TWC, ya que la respuesta en este modo no puede ser apreciada en la representación de la señal en el do-

minio temporal. Consecuentemente, nada puede ser dicho con referencia a la inclusión de singularidades alrededor de la banda de frecuencias correspondiente a este modo.

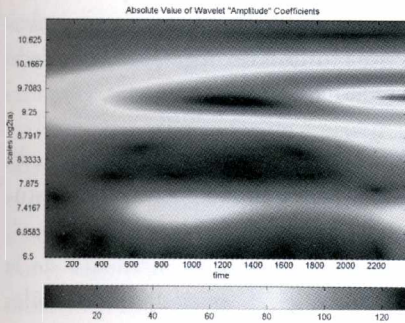


Figura 5: Acercamiento de los coeficientes de la transformada wavelet de la respuesta de la plataforma.

La Figura 6 representa a la envolvente de la amplitud para las olas de entrada y la respuesta del sistema en la escala $a=2^{5.625}$; las olas de entrada tienen menor valor de ordenadas, lo que indica que la plataforma "Spar" se comporta como un amplificador en esta banda de frecuencias. En la región de régimen transitorio, la cual se extiende entre el bin cero hasta el 1200 aproximadamente (0 s. hasta 445 s.) el sistema se comporta en una forma aproximadamente lineal incrementando la ganancia de amplificación y "delay" mientras el régimen estacionario se va estableciendo. En el área de régimen estacionario, el sistema se comporta en una forma claramente lineal con una ganancia de amplificación constante. Los términos "amplificador" y "amplificación", como se hallan aplicados aquí, se refieren al hecho de que la amplitud del movimiento horizontal o de "surge" de la plataforma "Spar" es mayor que aquella correspondiente a las olas (elevación vertical de la superficie de las olas) y

estos no deben ser interpretados como indicando una amplificación dinámica, es decir, un incremento en amplitud sobre aquella correspondiente a una respuesta estática. Para este rango de frecuencias la conveniencia de la extensión en los bordes elegida es evidente. Las mismas conclusiones no pueden extraerse de este análisis por TWC para la parte de la respuesta correspondiente a los modos de "surge" y "pitch", ya que la extensión de los posibles errores debidos a la introducción de singularidades indeseadas no puede ser estimada sin incurrir en un análisis adicional. Sin embargo, se desprende claramente de la observación de la representación de la señal en el dominio temporal, que la respuesta alrededor de la frecuencia natural de "surge" presenta un extremo local en el bin 2142 (aproximadamente 794 s.). En consecuencia, puede realizarse un análisis similar a aquel ejecutado sobre el comportamiento alrededor de la escala $a=2^{5.625}$. Para la realización de este análisis adicional, la serie temporal correspondiente a la respuesta de la plataforma "Spar" fue cortada en ambos bordes, en el bin 6 (extremo izquierdo) y el bin 2142 (extremo derecho) perdiéndose en esta forma la información correspondiente a los últimos 258 bins (aproximadamente 95.7 s.), y los primeros cinco bins (aproximadamente 1.9 s.). Luego, la señal resultante fue extendida hacia la izquierda por reflexión amortiguada por una exponencial negativa de la forma e^{-at} , con un valor de $a=0.01$ hasta que la serie temporal alcanzó 2¹² puntos. Finalmente, la serie temporal así construida fue extendida por reflexión en sus bordes.

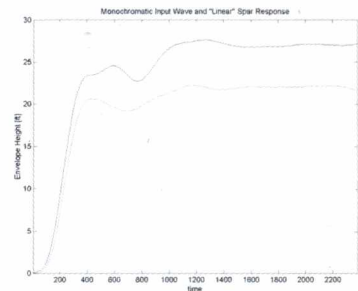


Figura 6: Entrada de olas monocromáticas y respuesta de la plataforma "Spar" a escala $a=2^{5.625}$.

La Figura 7 muestra una vista en detalle de los coeficientes wavelet para la porción de la respuesta correspondiente a los períodos de "surge" y "pitch" representados en una escala de 128 colores. Para obtener la magnitud de la envolvente de la amplitud en "feet" los números en la escala de colores tienen que ser multiplicados por 0.0484. Para obtener los valores del tiempo en segundos, los valores de la correspondiente escala deben ser multiplicados por la tasa de muestreo de los datos, es decir 0.37081. Es evidente que la bifurcación observada para la parte de la respuesta alrededor del período de "surge" en la Figura 5 es un fenómeno introducido por el tratamiento de los bordes en el análisis por TWC realizado en esa ocasión. Evitándose la inclusión de singularidades situadas alrededor de este modo se elimina la mencionada bifurcación.

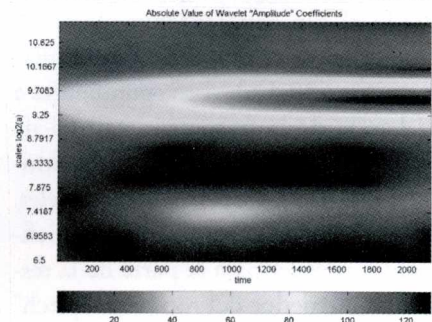


Figura 7: Acercamiento de los coeficientes wavelet de la respuesta con un nuevo tratamiento en los bordes.

Así se llega a un análisis confiable para esta banda de frecuencias para un rango que se extiende desde el bin seis (aproximadamente 2.2 s.) hasta el bin 2142 (aproximadamente 794.3 s.). Como se muestra en la Figura 8, el máximo valor de amplitud de la respuesta para la mencionada banda de frecuencias, el cual se produce a escala $a=2^{9.542}$, parece estar alcanzando un régimen estacionario alrededor del bin 1800 (aproximadamente 667.5 s.).

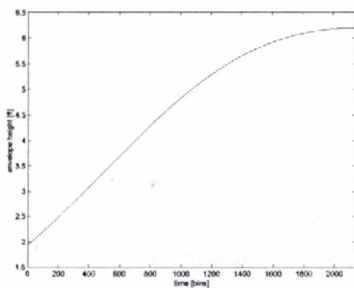


Figura 8: Envolvente de la amplitud de la respuesta en "surge" de la plataforma "Spar" a escala $a=2^{9.542}$.

Es posible asimismo extraer algunas conclusiones sobre el comportamiento de la respuesta alrededor del modo de "pitch", aunque resulta difícil de apreciar en su representación en el dominio temporal. De la TWC calculada con dos estrategias diferentes de tratamiento de los bordes (Figuras 5 y 7) se puede observar que la sección de la serie temporal que se extiende desde el bin seis (aproximadamente 2.2 s.) hasta el bin 1700 (aproximadamente 630.4 s.), correspondientes a la banda de la frecuencia natural de "pitch", presenta en ambos casos similares valores de coeficientes wavelet. Luego se puede asumir que los coeficientes wavelet para la parte de la respuesta alrededor del modo de "pitch" son correctos.

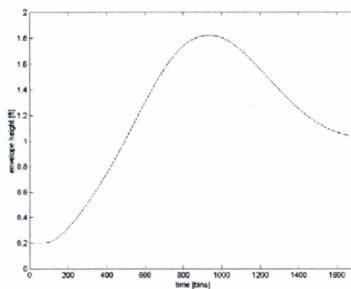


Figura 9: Envolvente de la amplitud de la respuesta alrededor de período de "pitch" a escala $a=2^{7.417}$

La Figura 9 muestra la envolvente de las Alturas como función del tiempo a escala $a=2^{7.417}$. Para obtener los valores del tiempo en segundos, los números de la correspondiente escala deben ser multiplicados por 0.37081 (tasa de muestreo de los datos). La amplitud de "pitch" parece alcanzar un máximo alrededor del bin 900 (aproximadamente 333.7 s.) decreciendo luego para llegar probablemente a lo que sería una meseta alrededor del bin 1700 (aproximadamente 630.4 s.). Sin embargo, esto no puede ser establecido con precisión debido a la falta de confiabilidad de los coeficientes wavelet más allá de dicho valor.

V. Conclusiones

Se propone en este trabajo una implementación de la extensión en los bordes de la TWC, la cual difiere de aquella propuesta por Jordan et al. (1998a). Las TWC realizadas nos permiten así, extender los resultados obtenidos por dichos autores para el conjunto de los datos analizados.

Para el caso de la parte de la respuesta que se encuentra alrededor de la escala $a=2^{5.625}$, el análisis puede ser extendido con precisión aproximadamente a todo el dominio temporal de la serie, esto es, desde el bin seis hasta el 2397

(de los 2400 disponibles). El análisis muestra claramente al sistema comportándose aproximadamente como un amplificador lineal, con su ganancia estabilizándose al mismo tiempo que lo hace aquella correspondiente a las olas monocromáticas, con ambas series temporales llegando a un estado estacionario.

Para aquella porción de la respuesta que se ubica alrededor de modo natural de "surge" de la plataforma "Spar", el cual se encuentra alrededor de la escala $a=2^{9.542}$, pueden ser extraídas similares conclusiones a aquellas correspondientes al modo descrito anteriormente. El rango de valores en los que se puede considerar preciso el análisis va del bin seis al 2142. Los resultados muestran al sistema alcanzando un estado estacionario alrededor del bin 1800.

Desafortunadamente, los resultados obtenidos por Jordan et al. no pueden ser extendidos para la parte de la respuesta que se halla alrededor del período natural de "pitch" de la plataforma, el cual se ubica alrededor de la escala $a=2^{7.417}$. El rango confiable del análisis es en este caso del bin seis al 1700, lo cual no constituye una apreciable mejora con respecto a aquel obtenido por los mencionados autores.

Es muy importante subrayar que el tratamiento de los bordes de la serie temporal analizada puede conducir a una inadecuada interpretación de los resultados dados por la TWC. Hay dos causas que justifican esta afirmación. Por un lado, los valores adicionales en los bordes de la serie temporal para hacer posible el análisis mediante una TWC pueden no representar adecuadamente a aquellos dados por el proceso físico correspondiente. Es

decir, la "verdadera" serie más larga es cualitativamente diferente a la serie temporal artificialmente extendida para el análisis (e.g. ceros en el borde derecho de los datos correspondientes a las olas de entrada y la respuesta alrededor del período de "surge" (Jordan et al. (1998a))). Por otro lado, singularidades que se encuentran situadas en las diferentes bandas de frecuencia de análisis pueden ser introducidas en el proceso de extensión de los bordes. Este fue el caso en el trabajo realizado por Jordan et al., y en una menor medida, en el análisis presentado aquí.

Referencias

J. B. BUCKHEIT, et al., "About Wavelab", Wavelab software package version 0.700, Technical Report, Department of Statistics, Stanford University, Stanford, California, 1995.

M. FARGE, "Wavelet transforms and their applications to turbulence",

Annu. Rev. Fluid Mech., 24, pp. 395-457, 1992.

C. HERLEY y M. VETTERLI, "Wavelets and recursive filter banks", *IEEE Transactions on Signal Processing*, 41, pp. 2536-2556, 1993.

D. A. JORDAN, R. W. MIKSAD, y E. J. POWERS, "Implementation of the continuous wavelet transform for digital time series analysis", *The Review of Scientific Instruments*, 3, pp. 1484-1494, 1997.

D. A. JORDAN, D. C. WEGGEL, R. W. MIKSAD y J. M. ROESSET, "Wavelet analysis of the transient response of spar platforms", *Proceedings of the Eight International Offshore and Polar Engineering Conference*, Montreal, Canada, 1998a.

D. A. JORDAN, D. C. WEGGEL, R. W. MIKSAD, y J. M. ROESSET, "Wavelet analysis of the response of a large

spar platform undergoing random input wave excitation", *Proceedings of the Eight International Offshore and Polar Engineering Conference*, Montreal, Canada, 1998b.

OTRC, "Spar model test joint industry project final report: Project summary", *Offshore Technology Research Center*, College Station, Texas, 1995.

G. STRANG, y T. NGUYEN, *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, Massachusetts, 1996.