



# Fatiga multiaxial utilizando un elemento cuadrilátero con integración y recuperación en los puntos medios de los lados

## Keywords

Fatiga Multiaxial, Elementos Finitos, Retorno Radial.

## Resumen

El problema de fatiga multiaxial es un problema general y está presente en todo componente sometido a cargas cíclicas. Aunque estas cargas solo tengan como recta de acción una dirección. Dentro del componente se generan estados triaxiales de tensiones por lo que es necesario tener en cuenta todos los puntos del sólido y así poder determinar dónde comienza la fisura.

En este trabajo se presenta un algoritmo para fatiga multiaxial utilizando el elemento cuadrilátero bilineal con integración en los puntos medios de los lados y recuperación de tensiones a partir de los valores en esos mismos puntos. Por la característica superconvergente de los valores recuperados de las tensiones y deformaciones en dichos puntos es posible obtener valores precisos de los diferentes indicadores de fatiga.

## 1. Introducción

En este trabajo se presenta un algoritmo para fatiga multiaxial utilizando el elemento cuadrilátero bilineal con integración en los puntos medios de los lados y recuperación de tensiones a partir de los valores en esos mismos puntos. Por la característica superconvergente de los valores recuperados de las tensiones y deformaciones en dichos puntos es posible obtener valores precisos de los diferentes indicadores de fatiga.

Para el análisis del comportamiento a la fatiga multiaxial se utilizara el método de Sines [1], [2] y [3].

La fatiga multiaxial está presente en prácticamente cualquier componente sometido a cargas cíclicas. A modo de ejemplo y como caso de estudio, en este trabajo se cita el problema de las conexiones en varillas de bombeo [4] utilizadas en la extracción de petróleo. Estos componentes suelen presentar fallas de fatiga a altos números de ciclos, del orden de los cientos de miles o millones de ciclos. En la figu-

ra 1 se muestra un aparato de bombeo, Por lo general en el caso de componentes se utiliza como herramienta de verificación de funcionamiento a fatiga, el diagrama de Goodman, el cual se construye en función de cálculos teóricos y es ajustado a cada caso en particular con ensayos had-hoc. En la figura siguiente se muestra el diagrama de Goodman modificado.

Debido a que estos diagramas básicamente son un clasificador del tipo "Pasa - No pasa" no son aptos como herramientas de diseños de componentes a fatiga.

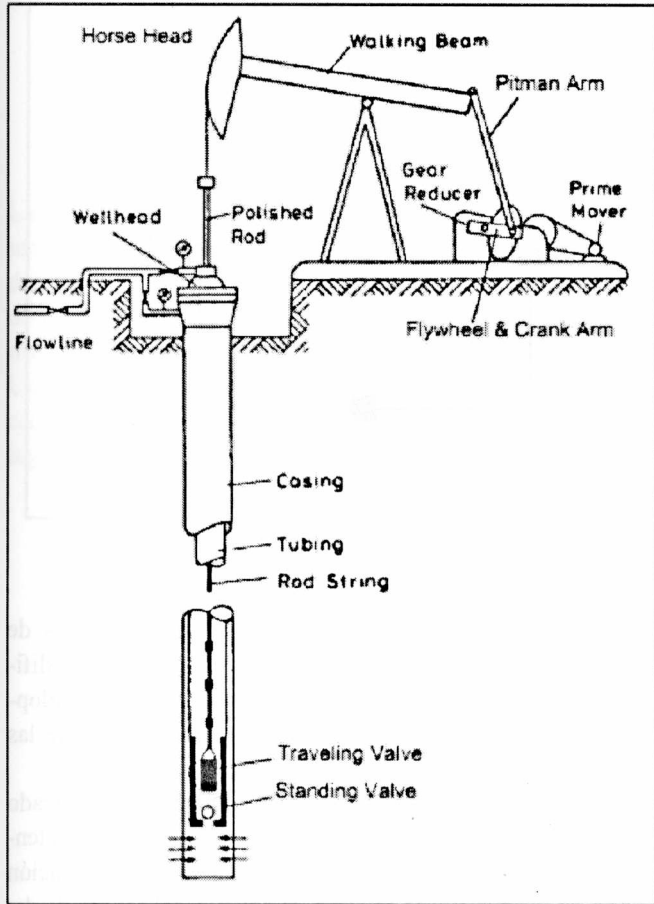
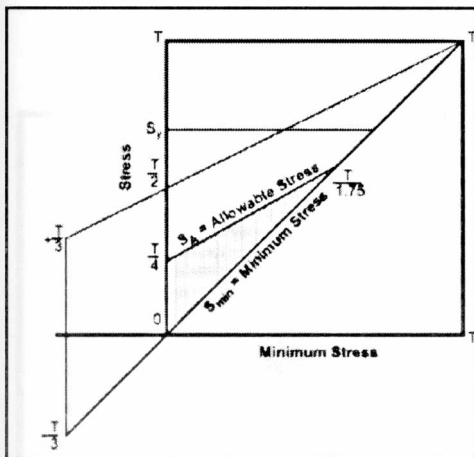


Figura 1: Ejemplo de caso fatiga multiaxial, conexión de varillas de bombeo



$S_A = (0.25T + 0.5625 S_{min})SF$   
 $\Delta S_A = S_A - S_{min}$   
 Where:  
 T = Minimum Tensile Strength  
 SF = Service Factor  
 $S_A$  = Maximum Allowable Stress  
 $\Delta S_A$  = Maximum Allowable Range of Stress

Figura 2: Diagrama de Goodman modificado

### 1.1. Método de Sines

A continuación se presentan las ecuaciones de cálculo del método de Sines.

$$D = \frac{T - \sigma_m}{3 \sigma_a} \quad (1)$$

Donde

$$\sigma_a = \frac{[(S_{a1} - S_{a2})^2 + (S_{a2} - S_{a3})^2 + (S_{a3} - S_{a1})^2]^{1/2}}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\sigma_m = \frac{S_{m1} + S_{m2} + S_{m3}}{3} \quad (3)$$

$S_{ai}$  componentes alternativas de las tensiones principales

$S_{mi}$  componentes medias de las tensiones principales

Las componentes alternativas y medias se calculan a partir de los valores máximo y mínimo en un ciclo de carga, según las siguientes expresiones:

$$S_{ai} = \frac{S_{i,max} - S_{i,min}}{2} \quad (4)$$

$$S_{mi} = \frac{S_{i,max} + S_{i,min}}{2} \quad (5)$$

El coeficiente D debe ser mayor o igual a 1 (uno) para asegurar vida de servicio infinita.

### 2. Elemento cuadrilátero con integración en los puntos medios de los lados

El elemento cuadrilátero de 4 nodos con integración en los puntos medios de los lados [6] se esquematiza en la siguiente figura.

$P_i$	$r_i$	$s_i$	$w_i$
1	-1	0	2/3
2	0	-1	2/3
3	0	1	2/3
4	1	0	2/3
5	0	0	4/3

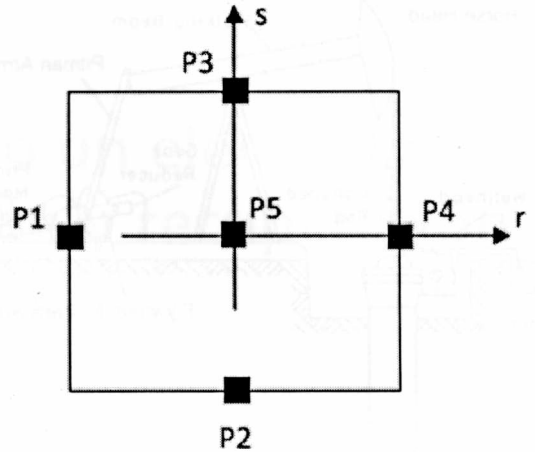


Figura 3: Elemento cuadrilátero de integración en los lados

Este elemento se caracteriza por poseer los puntos de integración en los puntos medios de los lados. Los pesos de integración de dan en Figura 3.

**3. Fatiga multiaxial utilizando el elemento cuadrilátero con integración en los puntos medios de los lados**

El objetivo principal de este trabajo es exponer un algoritmo de cálculo para

fatiga multiaxial utilizando el elemento cuadrilátero bilineal de integración en los puntos medios de los lados.

Debido a que el elemento empleado tiene un punto central y 4 en los puntos medios de los lados, que a su vez son compartidos con los elementos vecinos, la aplicación del algoritmo debe contemplar estos dos tipos de de puntos de integración:

- En caso del punto central se utilizara el algoritmo clásico sin ningún tratamiento de las tensiones.

- En caso de los puntos medios de lado se utilizara el algoritmo modificado, lo que implica que debe adoptarse un criterio en el cálculo de las tensiones.

Básicamente el algoritmo modificado se basa en la forma de calcular las tensiones en dicho punto. A continuación se muestra el cálculo del tensor de deformación en el punto.

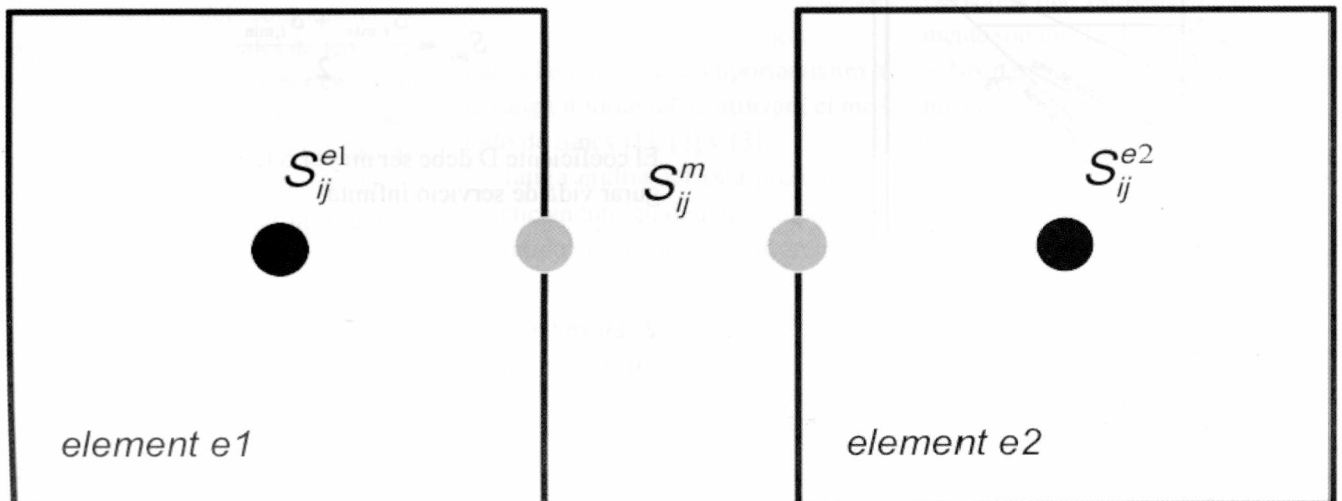


Figura 4: Calculo de las tensiones en los puntos medios de los lados

$$\sigma_{ij}^m = \frac{\sigma_{ij}^{e1} + \sigma_{ij}^{e2}}{2} \quad (6)$$

La ecuación anterior muestra que el tensor de tensiones en el punto medio del lado se obtiene como el promedio de las tensiones evaluadas en el centro del elemento.

Una vez obtenidas las tensiones se procede al cálculo del coeficiente de Sines según lo expuesto anteriormente.

#### 4. Conclusiones

En este trabajo se presentó un algoritmo de cálculo de fatiga multiaxial utilizando un elemento cuadrilátero con integración en los puntos medios de los lados.

#### Referencias

[1] H. O. Fuchs and R. I. Stephens, *Metal Fatigue in Engineering*. John Wiley & Sons, 1980.

[2] G. Sines, *Metal Fatigue*, McGraw-Hill, 1959.

[3] G. Sines, *Failure of Metals Under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses*, NACA Tech. Note 3495, 1955.

[4] E. L. Hoffman, *Finite element analysis of sucker rod couplings with guidelines for improving fatigue life*, SAND97-1652. UC-122, Sandia National Laboratories, U.S.A., September 1997.