

Determinación de la condición de entrada de una simulación numérica directa mediante la asimilación variacional de datos

Temas Clave

Las siguientes líneas de investigación en las cuales se trabaja actualmente en el Depto. de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la UdeMM han sido de vital importancia en el desarrollo del presente trabajo:

- Técnicas de Diferenciación Automática.
- Algoritmos de Optimización basados en Descenso de Gradiente.
- Simulación Numérica Directa de las ecuaciones de Navier-Stokes.
- Técnicas de Control Óptimo para el acople de Sistemas Dinámicos de Gran Escala y datos provenientes de imágenes.
- Generación de Códigos tipo Adjunto para cálculo de Gradiente de un funcional a través de transformación de Programas.

Introducción

Recientemente, se han desarrollado estrategias cuyo objetivo reside en restringir el dominio espacial de una simulación de flujos a la región de interés.

Surge entonces la necesidad de especificar en forma correcta las condiciones de borde para el problema en cuestión. A tal efecto, generar condiciones de entrada apropiadas para simulaciones de flujos no estacionarios con desenvolvimiento espacial requiere la obtención de campos de velocidades bidimensionales que evolucionen en el tiempo en concordancia con la dinámica del flujo.

Hasta el presente, las estrategias propuestas consisten en 2 etapas. En una primera instancia, la condición de entrada se construye a partir de datos experimentales mientras que en una segunda etapa se conduce la simulación del flujo a partir de esta información.

En el presente trabajo, se propone un nuevo método que permite resumir ambas etapas en una única mediante la modificación de la condición de entrada de forma de llevar la simulación “lo más cerca posible” a los datos experimentales.

Metodología

La Asimilación Variacional de Datos es una técnica que se deriva de la teoría

del Control Óptimo. La misma expresa la minimización con respecto a una variable de control (en nuestro caso la condición de entrada) de una función objetivo que mide la discrepancia entre una variable de estado (en nuestro caso el campo de vorticidad que resulta de la simulación) y observaciones (en nuestro caso el campo de vorticidad que resulta de las experiencias) sujeta a una restricción dada por la dinámica que sigue la variable de estado (en nuestro caso las ecuaciones de Navier-Stokes para flujo incompresible).

Con respecto a la minimización de la función objetivo, se emplea la Formulación Adjunta, en la cual el gradiente de esta función se obtiene a través de una integración directa del sistema dinámico seguida por una integración “reversa” del sistema adjunto; este último se determina aplicando herramientas de Diferenciación Automática al esquema discreto asociado al sistema dinámico. A continuación, el gradiente obtenido se emplea en un algoritmo de minimización tipo cuasi-Newton de memoria limitada a fin de encontrar el valor óptimo para la variable de control.

Resultados

La base de datos experimental que procuramos asimilar esta compuesta por una secuencia de 10 campos de velocidades provenientes de experiencias del flujo en torno a un cilindro circular a $Re=200$ correspondientes a 4 desprendimientos de vórtices. La entrada de nuestro dominio de asimilación se ubica un diámetro aguas abajo con respecto al centro del cilindro. Como observamos en la Figura 1, el algoritmo de optimización requiere 150 iteraciones para alcanzar la solución asimilada.

La Figura 2 presenta las trayectorias obtenidas a través de la simulación y las observaciones para dos ensayos de asimilación en diferentes etapas del ciclo de optimización. Como puede observarse, la técnica de asimilación permite modificar la condición de entrada de forma que recupera con buena precisión la trayectoria correspondiente a las observaciones.

En la Figura 3 graficamos campos de vorticidad instantánea correspondientes a la experiencia y a la solución asimilada.

Conclusiones

Los resultados obtenidos indican que a pesar de la baja resolución espacio-temporal en las observaciones, el estado asimilado exhibe detalles finos de vorticidad tales como filamentos. Debemos notar que el método propuesto provee un medio para simular el flujo en una estela sin la necesidad de tener en consideración el obstáculo. Además, el método permite reducir el ruido presente en campos de velocidad provenientes de experiencias y reconstruir una trayectoria continua de campos de velocidad a partir de observaciones discretas.

Trabajos futuros tendrán en cuenta la extensión de las capacidades del código adjunto para incluir efectos tridimensionales en el sistema de asimilación de datos.

Para ir más lejos, podríamos introducir leyes dinámicas asociadas a fenómenos observados a Reynolds más elevados; en este sentido, se considera actualmente la combinación de una base de datos experimental a un código de simulación de grandes escalas (LES).

Referencias

- Hascoet, L., Grebõrio, R., and Pascual, V., 2003, *Computing adjoints by automatic differentiation with tape-nade*, Research report, INRIA.
- Laizet, S., and Lamballais, E., 2009, *High-order compact schemes for incompressible flows: a simple and effi-*

cient method with the quasi-spectral accuracy, J. Comp. Phys., 228(16), 5989-6015.

Le-Dimet, F. X., and Talagrand, O., 1986, *Variational algorithms for analysis and assimilation of meteorological observations: theoretical aspects*, Tellus 38 (A), 97-110.

Lions, J.L., 1971, *Optimal control of systems governed by PDEs*, Springer-Verlag, New York.

Liu, D., and Nocedal, J., 1989, *On the limited memory BFGS method for large scale optimization*, Mathematical Programming, Series B, 45(3), 503-528.

Papadakis, N., and Memin, E., 2008, *Variational assimilation of fluid motion from image sequences*, SIAM Journal on Imaging Science, 1(4), 343-363.

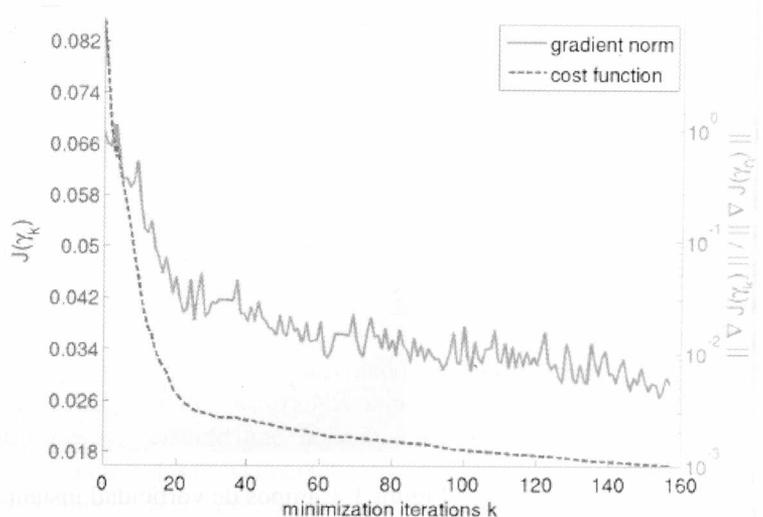


Figura 1 : Reducción de la función costo (izquierda) y la norma del gradiente (derecha) durante el proceso de optimización.

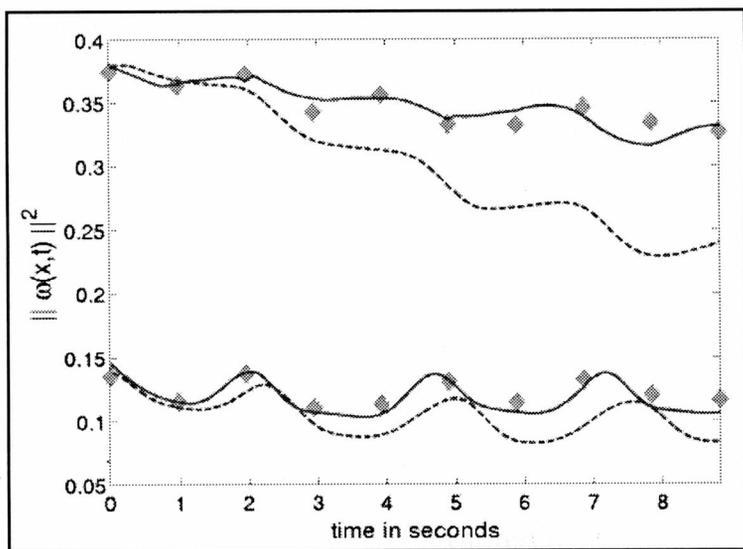


Figura 2: Evolución temporal de la norma de la vorticidad. Observaciones (diamantes); Aproximación inicial (línea de puntos); Solución asimilada (línea continua)

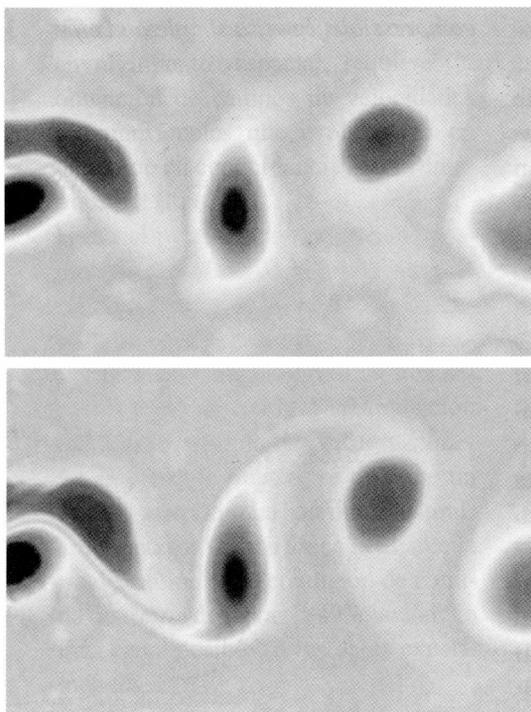


Figura 3: Campos de vorticidad instantáneos obtenidos durante el período de asimilación. Observaciones experimentales (arriba); Estado asimilado (abajo).