


Alejandro Gronskis¹

¹ Departamento de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires
Unidad de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Marina Mercante

Estimación de las condiciones de operación de un método estocástico de optimización

Resumen

El propósito de este trabajo reside en la caracterización, validación con una función de prueba analítica y estimación de las condiciones de operación de un algoritmo genético (GA) proyectado para el problema prototipo del control activo del flujo alrededor de un cilindro.

A fin de evaluar las características operativas del GA propuesto, consideramos una función de Rosenbrock modificada como función de adaptación.

El GA propuesto evoluciona hasta alcanzar una población óptima de individuos; el conocimiento de la forma que adopte tal población nos permitirá por una parte obtener conclusiones acerca de las características de la configuración óptima de actuación, y por otra parte examinar correlaciones entre los parámetros de control las cuales constituyen una medida del grado de sensibilidad de la función objetivo a los valores que adopten los parámetros de actuación. Esta propiedad del GA nos permitirá identificar en un futuro trabajo aquellos actuadores que resulten de fundamental importancia en el

mecanismo de reducción de la fuerza de arrastre.

1. Introducción

Una apropiada aplicación de los dispositivos de control del flujo requiere de un número significativo de experimentos físicos a fin de explorar el vasto espacio de parámetros asociados con el desempeño de estos dispositivos. Mientras una abundante cantidad de diferentes posibles modificaciones geométricas de las acciones de control han sido objeto de estudio, se ha dedicado poco empeño en general al desarrollo de algoritmos para optimizar los parámetros involucrados en la acción de control.

En este contexto, a fin de identificar configuraciones óptimas para la acción de control se emplea el control óptimo, pudiendo clasificar en dos categorías los métodos de resolución de este tipo de problema: por una parte, los métodos de descenso que requieren al menos una aproximación del gradiente del funcional objetivo y, por otra parte, los métodos estocásticos que estudian la evolución de

una población de individuos (posibles soluciones) durante generaciones sucesivas. Los métodos de descenso tienen una aplicación limitada en el caso de problemas en los cuales las ecuaciones gobernantes presenten una solución complicada o cuando el diseño de la acción de control se base en ajustes obtenidos a través de experimentos físicos. Más aún, los algoritmos de descenso, al requerir información del gradiente local de la función objetivo, pueden converger con facilidad a un mínimo local del problema de optimización.

Los métodos estocásticos de optimización, tales como los algoritmos genéticos (GA), evitan algunas de estas dificultades al requerir sólo el valor de la función objetivo en término de los parámetros de control. Por tal motivo pueden ser empleados tanto en estudios computacionales como experimentales. Más aún, estos ofrecen la posibilidad de escapar al mínimo local. Sin embargo, no existen pruebas rigurosas de su convergencia al mínimo global. Además, los algoritmos estocásticos en general exhiben una velocidad de convergencia mucho menor que los algoritmos de descenso.

No obstante, esta lenta convergencia se compensa por el paralelismo inherente del método. La información de sucesos pasados puede incorporarse en el algoritmo para incrementar la rapidez del proceso de optimización al determinar nuevos puntos de prueba en forma más eficiente.

El poder de los GA proviene del hecho de que se trata de una técnica robusta, y pueden tratar con éxito una gran variedad de problemas provenientes de diferentes áreas, incluyendo aquellos en los que otros métodos encuentran dificultades. Si bien no se garantiza que el GA encuentre la solución óptima del problema, existe evidencia empírica de que se encuentran soluciones de un nivel aceptable, en un tiempo competitivo con el resto de los algoritmos de optimización combinatoria. En el caso de que existan técnicas especializadas para resolver un determinado problema, lo más probable es que superen al GA, tanto en rapidez como en eficacia. El gran campo de aplicación de los GA se relaciona con aquellos problemas para los cuales no existen técnicas especializadas.

Los algoritmos genéticos han sido empleados mayormente en problemas de optimización referidos a aplicaciones aerodinámicas, tales como el diseño de rotores que usan perfiles alares, el control activo de ruido acústico, la optimización de forma para el fuselaje de un ala, y el diseño de álabes de turbina. Más recientemente, Milano & Koumoutsakos implementaron un algoritmo genético para estudiar la reducción del arrastre que se obtiene al controlar el flujo por medio de variaciones en la velocidad tangencial sobre la pared de un cilindro. En su trabajo, la superficie del cilindro se divide en segmentos de igual tamaño, cada uno con una velocidad tangencial estacionaria la cual

adopta un valor en el rango $[-1,1]$. El GA opera sobre estos parámetros para identificar las respectivas velocidades tangenciales que minimizan el coeficiente de arrastre.

2. El algoritmo de optimización

2.1. Principios básicos de los Algoritmos Genéticos

Los algoritmos genéticos (GA) son métodos adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización. Están basados en el proceso genético de los organismos vivos. A lo largo de las generaciones, las poblaciones evolucionan en la naturaleza de acuerdo con los principios de la selección natural y la supervivencia de los más fuertes, postulados por Darwin. Por imitación de este proceso, los algoritmos genéticos son capaces de ir creando soluciones para problemas del mundo real. La evolución de dichas soluciones hacia valores óptimos del problema depende en buena medida de una adecuada codificación de las mismas.

Los principios básicos de los algoritmos genéticos fueron establecidos por Holland, y se encuentran bien descritos en varios textos. En la naturaleza los individuos de una población compiten entre sí en la búsqueda de recursos tales como comida y refugio. Aquellos individuos que tienen más éxito en sobrevivir tienen mayor probabilidad de generar un gran número de descendientes. Por el contrario individuos poco dotados producirán un menor número de descendientes. Esto significa que los genes de los individuos mejor adaptados se propagarán en sucesivas generaciones hacia un número de individuos creciente. La combinación de buenas características provenientes de diferentes ancestros, puede a veces producir descen-

dientes cuya adaptación es mucho mayor que la de cualquiera de sus ancestros. De esta manera, las especies evolucionan logrando unas características cada vez mejor adaptadas al entorno en el que viven.

Los algoritmos genéticos usan una analogía directa con el comportamiento natural. Trabajan con una población de individuos, cada uno de los cuales representa una solución factible a un problema dado. A cada individuo se le asigna un valor o puntuación, relacionado con la bondad de dicha solución. En la naturaleza esto equivaldría al grado de efectividad de un organismo para competir por unos determinados recursos. Cuanto mayor sea la adaptación de un individuo al problema, mayor será la probabilidad de que el mismo sea seleccionado para reproducirse, cruzando su material genético con otro individuo seleccionado de igual forma. Este cruce producirá nuevos individuos los cuales comparten algunas de las características de sus padres. Cuanto menor sea la adaptación de un individuo, menor será la probabilidad de que dicho individuo sea seleccionado para la reproducción, y por tanto de que su material genético se propague en sucesivas generaciones. De esta manera se produce una nueva población de posibles soluciones, la cual reemplaza a la anterior y verifica la interesante propiedad de que contiene una mayor proporción de buenas características en comparación con la población anterior.

Así, a lo largo de las generaciones las buenas características se propagan a través de la población. Favoreciendo el cruce de los individuos mejor adaptados, van siendo exploradas las áreas más prometedoras del espacio de búsqueda. Si el GA ha sido bien diseñado, la población convergerá hacia una solución óptima del problema.

2.2. Descripción del algoritmo

El algoritmo genético empleado en este trabajo opera sobre un conjunto (población) de objetos individuales en el cual un vector de entrada consiste en un miembro de la población. Se definen tres operadores a fin de modificar los miembros de la población:

– *Recombinación o cruce*, el cual genera nuevos individuos hijos empleando algunos elementos extraídos de la población.

– *Mutación*, el cual cambia en forma aleatoria algunos de los componentes de los individuos de prueba.

– *Selección*, el cual elige los elementos de la población que serán empleados por la próxima recombinación.

A cada individuo de la población, la función de adaptación le asigna un número real, que se supone refleja el nivel de adaptación al problema por parte del individuo. Los miembros de la población actual se comparan con los individuos recientemente generados, y las soluciones mejor adaptadas constituyen los nuevos miembros de la población. De esta forma, al iterar el proceso de recombinación-mutación-selección la población evoluciona hacia la solución óptima.

El algoritmo de optimización empleado en este trabajo es un GA cuyos individuos son codificados como un conjunto de números reales, y se obtiene a través de una modificación del procedimiento de búsqueda aleatoria controlada (CRS - Controlled Random Search) propuesto por Price.

Esta modificación, implementada por Milano, consiste en incorporar un operador de mutación que varía de acuerdo al nivel de adaptación local y al historial de éxitos de la población, permitiendo a la población evitar caer en un mínimo local durante el proceso de optimización.

2.3. Tamaño de la población

Una cuestión a plantearse es la relacionada con el tamaño apropiado de la población. Parece intuitivo que poblaciones pequeñas corren el riesgo de no cubrir adecuadamente el espacio de búsqueda, mientras que trabajar con poblaciones de gran tamaño puede acarrear problemas relacionados con el excesivo costo computacional y reducir la velocidad de convergencia del algoritmo.

Goldberg efectuó un estudio teórico, obteniendo como conclusión que el tamaño óptimo de la población para individuos de longitud n , con codificación binaria, crece exponencialmente con n . Más tarde, Alander, basándose en evidencia empírica sugiere que un tamaño de población comprendido entre n y $2n$ es suficiente para tratar con éxito los problemas por él considerados.

2.4. Parámetros del algoritmo

El GA empleado en este trabajo se caracteriza por cuatro parámetros: α , β , γ , $f_{\{T\}}$, y dos variables: I , $f_{\{av\}}$ los cuales describimos a continuación:

La variable I es el número de evaluaciones consecutivas de la función objetivo en las cuales no ha cambiado la población; esto es, ningún individuo hijo ha sustituido un miembro de la población. La misma nos da entonces una medida empírica de la necesidad de introducir información nueva en la población, incrementando la probabilidad de mutación.

i) La variable $f_{\{av\}}$ es el valor promedio de la función objetivo para todos los individuos de la población, el cual se emplea como un factor de escala.

ii) El parámetro α modula la velocidad de mutación durante el proceso

de optimización; esto es: cuanto mayor sea la variable I más pequeño será el término $\alpha^{\{I\}}$ mayor será la probabilidad de mutación.

iii) El término $\beta^{\{F_{\{k\}}\}}$ modula una relación de orden entre los miembros de la población; esto es: aquel individuo k que se encuentre a mayor distancia del objetivo (es decir, más lejos de la convergencia) tendrá un valor más grande de $F_{\{k\}}$ menor valor del término $\beta^{\{F_{\{k\}}\}}$ una mayor probabilidad de mutación $Pm_{\{k\}}$.

iv) El parámetro γ establece un límite superior para la probabilidad de mutación $Pm_{\{k\}}$, puesto que $0 < \beta < 1$. Cuando $\gamma=0$ el GA se reduce al procedimiento CRS, puesto que se anula $Pm_{\{k\}}$.

Los parámetros α , β y γ pueden considerarse como coeficientes de modelado que ayudan al algoritmo a identificar su entorno, los cuales, al ser seleccionados en forma adecuada, pueden incrementar la velocidad de convergencia del esquema. El algoritmo de optimización empleado por Milano es un GA cuyo procedimiento, a diferencia del nuestro genera en una misma iteración tantos hijos como individuos de prueba se extraigan de la población actual.

Cabe destacar que, a fin de incrementar la velocidad del proceso de optimización, Milano implementó en su trabajo una versión en paralelo del GA, simplemente efectuando el cálculo de los individuos hijos en paralelo sobre $n+1$ procesadores distintos.

En estudios de convergencia efectuados por Milano empleando el GA descrito recientemente se ha encontrado que los parámetros α y β no tienen influencia significativa en las propiedades de convergencia del GA.

cuando fueron variados en el rango $[0.1, 0.9]$.

En cambio, se determinó que el parámetro γ juega un rol de mayor importancia al permitir un escape del mínimo local. Una regla empírica para el establecimiento del parámetro γ consiste en fijarlo inicialmente como $\gamma=1/N$, de modo que la máxima probabilidad de mutación para un miembro de la población equivale a la probabilidad de elegir en forma aleatoria un miembro de la población. Si el GA no logra alcanzar el valor deseado y aparece estancado en un mínimo local, entonces el parámetro γ puede incrementarse, aumentando la probabilidad de mutación y por consiguiente las capacidades de exploración del GA.

3. Validación del algoritmo y Estimación de parámetros

A fin de evaluar las características operativas del GA propuesto en nuestro trabajo, consideramos la siguiente función de prueba de 2 parámetros (que corresponde a una función de Rosenbrock modificada) como nuestra función de adaptación, donde el dominio de búsqueda V se define por $x_{\{1\}}, x_{\{2\}}$ pertenece al dominio $[-2, 2]$. Esta función de prueba tiene un mínimo local cercano a $(1, 1)$ y el mínimo global es cercano a $(-0.91, -0.94)$; siendo $f(1, 1)=74$, $f(-0.91, -0.94)=34.43$. El mínimo global es más agudo que el mínimo local, y presenta una región de depresión más pequeña.

Para el proceso de minimización empleamos una población de $N=50$ individuos. Los parámetros α y β se fijaron en 0.25. El valor deseado $f_{\{T\}}$ se fijó en 50. El número máximo de evaluaciones de la función de

adaptación a efectuar en el proceso es $EV=4000$.

En una primera instancia, el parámetro γ se estableció como $1/N=0.02$. En la Figura 1 se muestran las curvas de nivel de la función de prueba junto con la población en 4 diferentes etapas de la minimización. Al cabo de un pequeño número de iteraciones, la población se encuentra concentrada en la región de depre-

sión superior y el algoritmo no logra explorar otras áreas del espacio de búsqueda; en consecuencia el GA no converge al valor deseado y se alcanza el límite de 4000 evaluaciones de la función (equivalentes a 1779 iteraciones del proceso) sin observar mejoras significativas en la función de adaptación correspondiente al peor individuo de la población ($f_{\{M\}}$).

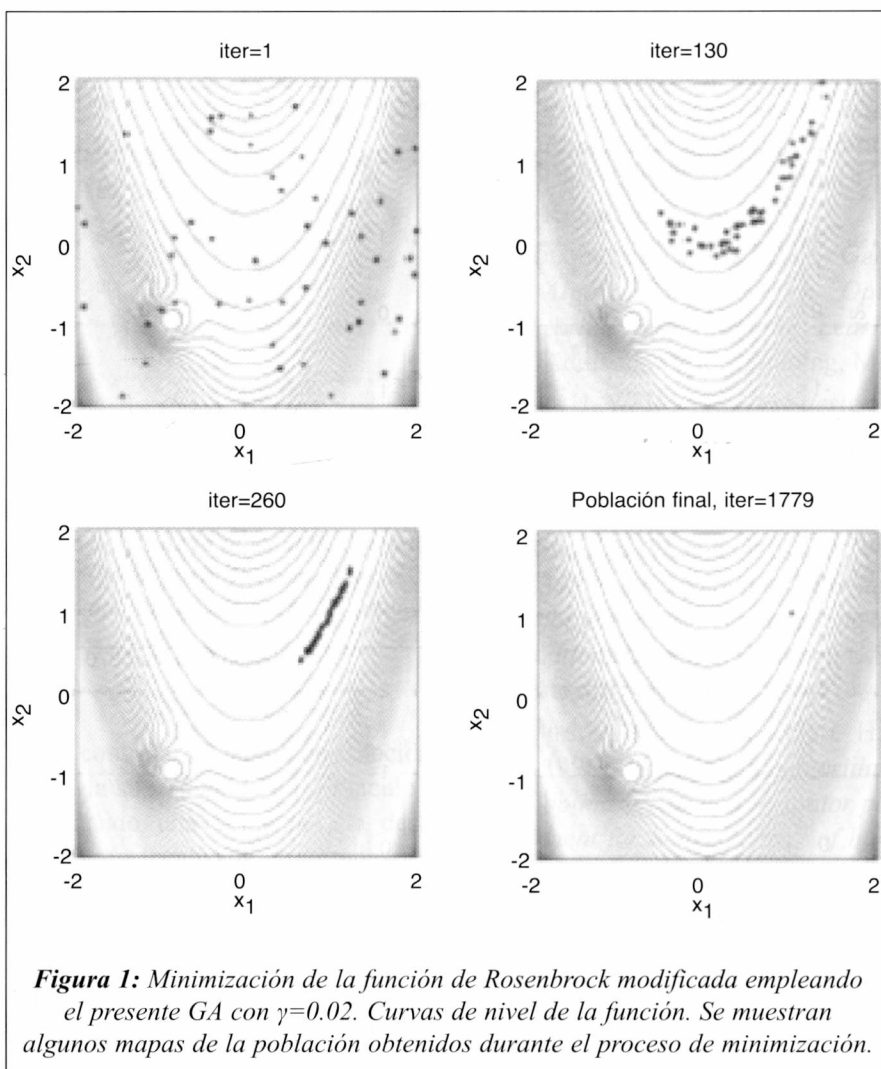


Figura 1: Minimización de la función de Rosenbrock modificada empleando el presente GA con $\gamma=0.02$. Curvas de nivel de la función. Se muestran algunos mapas de la población obtenidos durante el proceso de minimización.

En una segunda instancia, el parámetro γ se fijó en 0.6. En la Figura 2 se muestran las curvas de nivel de la

función de prueba junto con la población en 4 diferentes etapas de la minimización. Al cabo de un pequeño

número de iteraciones (150 aproximadamente), la población se distribuye de manera uniforme en ambas regiones de depresión; a medida que aumenta la probabilidad de mutación como se observa en la Figura 3, tiene lugar una exploración más minuciosa del volumen de búsqueda la cual produce que el GA identifique la región de depresión inferior (la cual contiene al mínimo global), mejorando la

adaptación de los individuos de la población al valor deseado, reduciendo entonces su distancia F y probabilidad de mutación más allá de las 300 iteraciones aproximadamente. Cuando la función de adaptación del peor individuo de la población cae por debajo del valor deseado se declara la convergencia del algoritmo, requiriendo esto unas 370 iteraciones.

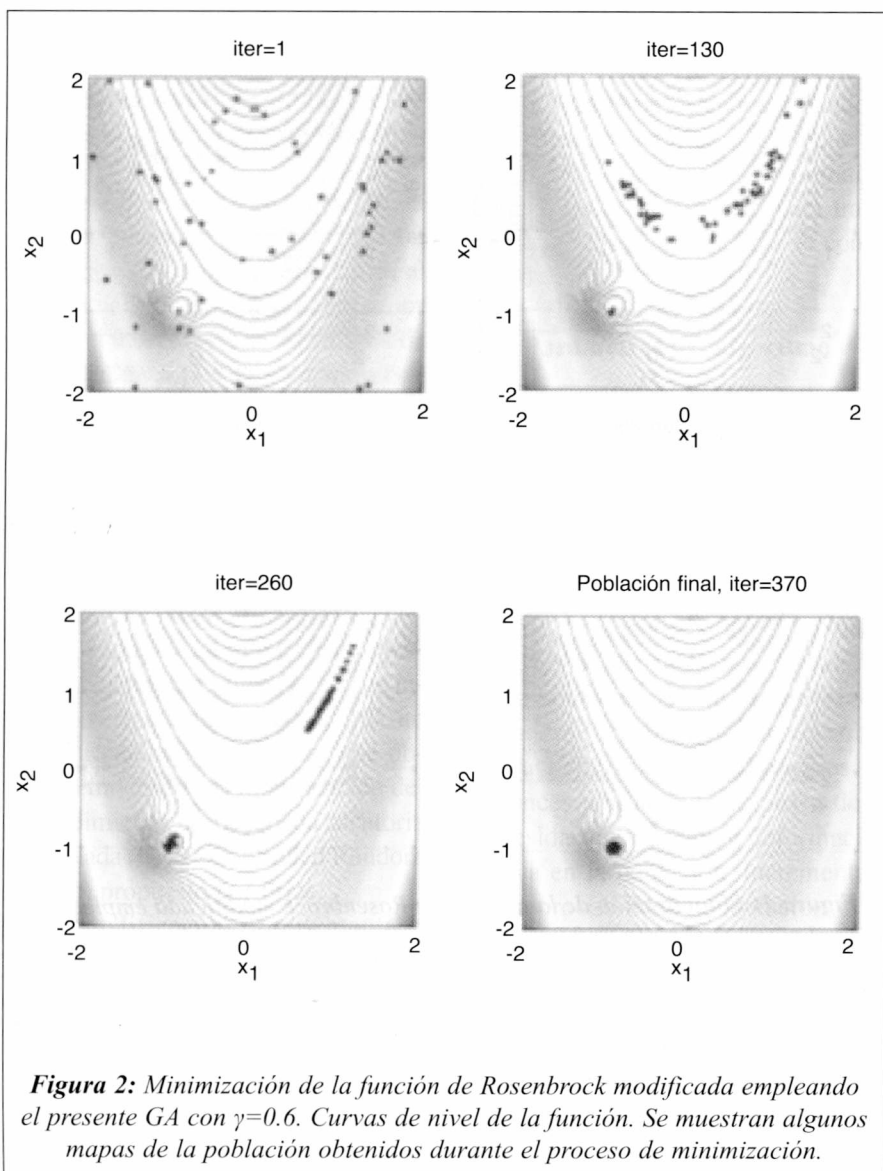


Figura 2: Minimización de la función de Rosenbrock modificada empleando el presente GA con $\gamma=0.6$. Curvas de nivel de la función. Se muestran algunos mapas de la población obtenidos durante el proceso de minimización.

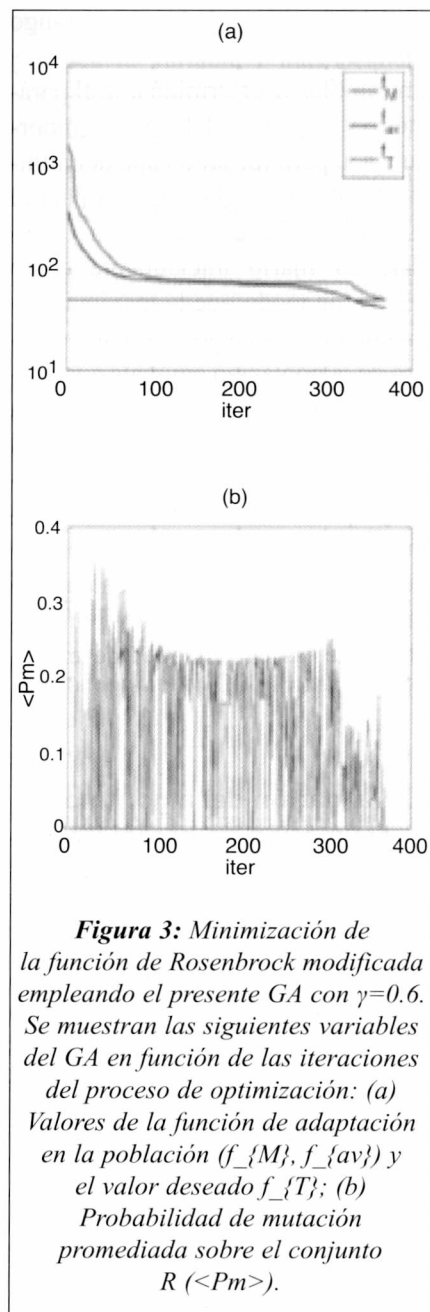


Figura 3: Minimización de la función de Rosenbrock modificada empleando el presente GA con $\gamma=0.6$. Se muestran las siguientes variables del proceso de optimización: (a) Valores de la función de adaptación en la población ($f_{\{M\}}$, $f_{\{av\}}$) y el valor deseado $f_{\{T\}}$; (b) Probabilidad de mutación promediada sobre el conjunto R ($\langle Pm \rangle$).

A raíz de la disparidad observada en estos resultados y a fin de establecer un valor apropiado para el parámetro γ a ser utilizado en futuros trabajos cuando acoplemos el código DNS al presente GA, se ha efectuado un estudio de convergencia sobre una muestra de 300 corridas del GA para cada valor de γ . Definimos las siguientes variables:

ii) $\langle \text{eval} \rangle$: número promedio de evaluaciones de la función de adaptación requeridas para alcanzar la convergencia; la cantidad $1/\langle \text{eval} \rangle$ es una medida de la velocidad de convergencia.

iii) P_{conv} : porcentaje de veces sobre la muestra total de experiencias en las cuales se ha alcanzado la convergencia; esta cantidad representa la probabilidad de encontrar el mínimo global.

Como muestran los resultados obtenidos en la Figura 4, las mejoras que introduce un aumento de γ en cuanto al incremento de la capacidad de exploración del GA (y por lo tanto al aumento de la probabilidad de encontrar el mínimo global), se ganan a expensas de reducir drásticamente la velocidad de convergencia del algoritmo.

rámetros de control las cuales constituyen una medida del grado de sensibilidad de la función objetivo a los valores que adopten los parámetros de actuación. Esta propiedad del GA nos permitirá identificar en un futuro trabajo aquellos actuadores que resulten de fundamental importancia en el mecanismo de reducción de la fuerza de arrastre.

Bibliografía

- GAD-EL-HAK, M., 2000, *Flow Control: Passive, Active, and Reactive Flow Management*, Cambridge University Press, London, United Kingdom.
- GOLDBERG, E. E., 1989, *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- FAN, H. Y., 1998, *Inverse design method of diffuser blades by genetic algorithms*, J. Power Energy, \textbf{212}, No. 4.
- FANJOY, D. W. and CROSSLEY, W. A., 1998, *Aerodynamic shape design for rotor airfoils via genetic algorithm*, J. Am. Helicopter Soc., \textbf{43}, No. 3.
- SIMPSON, M. T. and COLIN, H. H., 1996, *Use of genetic algorithms to optimize vibration actuator placement for active control of harmonic interior noise in a cylinder with floor structure*, Noise Control Eng. J., \textbf{44}, 169.
- SHIGERU, O., YOSHIHIRO, Y. and TAKASHI, N., 1997, *Multiobjective genetic algorithm for multidisciplinary design of transonic wing planform*, J. Aircraft, \textbf{34}, No. 5, 690.
- MILANO, M. and KOUMOUTSAKOS, P., 2002, *A Clustering Genetic Algo-*

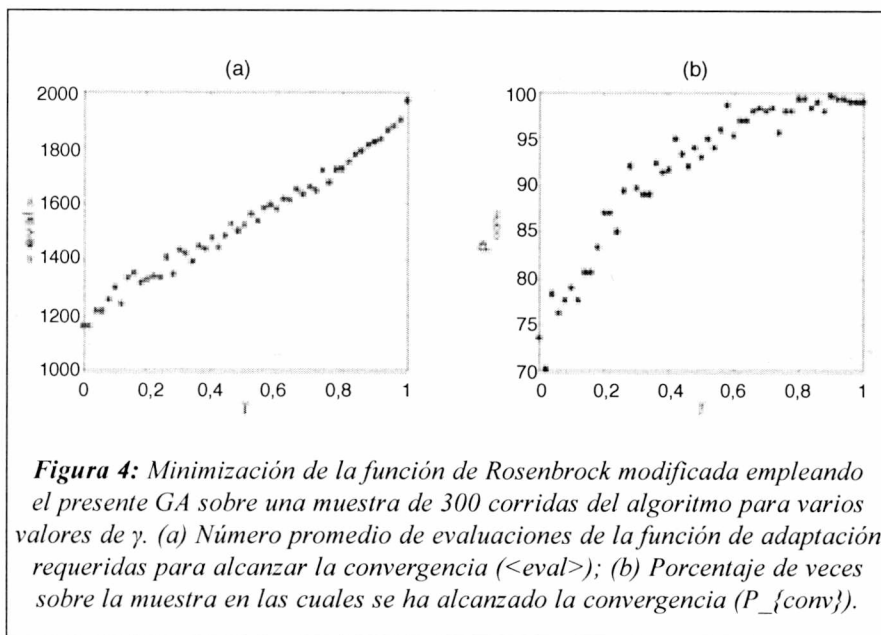


Figura 4: Minimización de la función de Rosenbrock modificada empleando el presente GA sobre una muestra de 300 corridas del algoritmo para varios valores de γ . (a) Número promedio de evaluaciones de la función de adaptación requeridas para alcanzar la convergencia ($\langle \text{eval} \rangle$); (b) Porcentaje de veces sobre la muestra en las cuales se ha alcanzado la convergencia (P_{conv}).

Asumiendo que priorizamos en el desempeño del GA la minuciosidad de la búsqueda por sobre la velocidad de convergencia, adoptaremos en lo que sigue el valor de $\gamma=0.6$.

4. Conclusiones

En este trabajo hemos efectuado una descripción y posterior validación de un algoritmo genético (GA) cuyo empleo en un futuro próximo nos permitirá estudiar la disminución de la fuerza de arrastre que se produce

al controlar el campo de velocidades en la superficie de un obstáculo empleando una velocidad de deslizamiento localizada en algunas regiones sobre la frontera.

El GA propuesto evoluciona hasta alcanzar una población óptima de individuos (en lugar de un conjunto óptimo de parámetros); el conocimiento de la forma que adopte tal población nos permitirá por una parte obtener conclusiones acerca de las características de la configuración óptima de actuación, y por otra parte examinar correlaciones entre los pa-

rithm for cylinder drag optimization, J. Comput. Phys., 175, 79-107.

DARWIN, C., 1859, *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*, Murray, London.

DAVIS, L., 1991, *Handbook of Genetic Algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York.

HOLLAND, J., 1975, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor.

MICHALEWICZ, Z., 1992, *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg.

PRICE, W., 1976, *A controlled random search procedure for global optimization*, The Computer Journal, 20(4).

ALANDER, J. T., 1992, *On optimal population size of genetic algorithms*, Proceedings, Comp Euro 1992, Computer Systems and Software Engineering, 6th Annual European Computer Conference, 65-70.

GLIELMO, L., MILANO, M. and SANTINI, S., 2000, *A Machine Learning Approach to Modeling and Identification of Automotive Three-Way Catalytic Converters*, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 5, No 2.

MILANO, M., BARONE, F. and TAGLIAFERRI, R., 1999, *A Real Coded Genetic Algorithm performing Automatic Sensitivity Analysis*, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, submitted.

