



Juan Martín Cabaleiro ¹

¹ Ingeniero Mecánico (UBA), Doctor en Mecánica de Fluidos (Univ. de Poitiers). Investigador CONICET, Investigador Fac. de Ingeniería UdeMM

Microfluídica: respuesta dinámica de un sistema capilar-recipientes, ante la aplicación de una diferencia de potencial tipo escalón

Resumen: En este trabajo se presenta un modelo del flujo electrocinético que se establece en un capilar que conecta dos recipientes, cuando se aplica una diferencia de potencial eléctrico entre ellos. Los efectos electrocinéticos dependen, en general, de cuán cargada está la interfase sólido-líquido y de cómo se distribuyen los iones en el líquido. Es imprescindible conocer bien estos parámetros a la hora de diseñar dispositivos como bombas electroosmóticas, separadores, etc. El objetivo del presente modelo es comprender mejor cómo influyen los diferentes parámetros que caracterizan la interfase (desde el punto de vista electrocinético) en un flujo simple. A su vez el presente modelo permite predecir las dimensiones características de una futura experiencia de laboratorio (radio del capilar, y de los recipientes), en función de lo que se pretenda medir.

Introducción

La microfluídica es el control y análisis de pequeñas cantidades de fluidos, en conductos o estructuras de

escala micrométrica. Los dispositivos microfluídicos permiten trabajar con cantidades más pequeñas de reactivos, tiempos de reacción más cortos, operación en paralelo, etc.

La rápida evolución de las técnicas de microfabricación ha permitido el desarrollo y uso eficaz de dispositivos como válvulas, bombas y mezcladores para aplicaciones en medicina, industria farmacéutica y monitoreo ambiental [1]. Son ejemplos los dispositivos de aplicación de drogas, de análisis de ADN, sensores o microchips de detección de agentes químicos o biológicos [2-4].

Estos sistemas requieren unificar la colección de la muestra, separación, unidades de detección química y/o biológica, con el bombeado del fluido, elementos de control de flujo, y la electrónica de control, en un único microchip. La confiabilidad y buen funcionamiento de estos dispositivos son imprescindibles para el diseño y operación exitosos de un sistema microfluídico. Los subsistemas como micro válvulas y micro bombas con componentes móviles son de diseño complicado y difíciles de fabricar. La confiabilidad de estos subsistemas es

baja debido a la fatiga y a los defectos de fabricación [1].

Los sistemas de control de micro flujos mediante esquemas electrocinéticos no requieren partes móviles, ya que permiten el bombeo de fluidos y el control de flujos mediante el uso de campos eléctricos, eliminando la necesidad de bombas y válvulas mecánicas con partes móviles [7-15]. Esto les otorga una seria ventaja por sobre los precedentes. Los efectos electrocinéticos son, por lo tanto, importantes en aplicaciones de transporte micro y nanofluídico.

Estas bombas, llamadas bombas electro-hidrodinámicas (EHD), pueden ejercer fuerzas en el seno del líquido (bombas de inyección, conducción e inducción), o pueden hacerlo en una región cercana a la interfase sólido-líquido llamada doble capa eléctrica (DCE). Estas últimas se clasifican en electro-osmóticas (DC), y electro-osmóticas de carga inducida por corriente alterna (AC y TW).

Cuando un campo eléctrico es aplicado en dirección tangencial a la interfase, una fuerza eléctrica actúa sobre la distribución espacial de cargas en el líquido. Esto provoca un movimiento

unilateral de los iones hacia el electrodo cargado opuestamente. Durante la migración, estos iones arrastran las moléculas que los rodean, resultando en un movimiento general de la solución. El movimiento relativo de la solución respecto a las paredes cargadas fijas es llamado flujo electroosmótico [5, 6].

El estudio experimental de los sistemas microfluídicos puede hacerse mediante medidas electroquímicas, o mediante sistemas de detección de fluorescencia y de absorbancia UV [16-18]. En el caso de medir campos de velocidad mediante el sembrado de trazadores fluorescentes (o no) en el líquido, es necesario tener en cuenta que estos son perturbados por el campo eléctrico (electroforesis o dielectroforesis) y podrían no seguir al flujo.

Las medidas electroquímicas (o medidas indirectas) permiten también caracterizar al flujo, así como a la interfase sólido-líquido.

Los resultados experimentales suelen estar complementados por la modelización del movimiento del líquido bajo la acción de campos eléctricos. Se han realizado varios estudios fundamentales que en general se apoyan sobre la hipótesis que el espesor de la doble capa eléctrica es mucho más pequeña que el diámetro (o ancho) del conducto, y también en la hipótesis de bajas densidades volumétricas de carga [19-23]. Esta última hipótesis suele no ser correcta.

En este trabajo se estudia un modelo teórico del flujo en un conducto circular, bajo la acción de un campo eléctrico producido por electrodos sumergidos en los recipientes ubicados en los extremos del conducto (figura 1). Finalmente se presentan y discuten algunos resultados preliminares del modelo.

Modelo teórico

El modelo que se describe a continuación tiene como objetivo obtener el campo de velocidades dentro de un capilar de longitud L y radio R , que se ha colocado entre dos recipientes de sección transversal A (figura 1), así como la diferencia de niveles o alturas de los recipientes.

Como se adelantó en la introducción, la aplicación de un campo eléctrico de dirección axial y sentido positivo (eje z) producirá un flujo, que puede ser hacia el recipiente 1, o hacia el recipiente 2, dependiendo de las propiedades de la interfaz sólido-líquido (capilar-líquido). Independientemente de cuál de las dos opciones ocurra, este flujo hará aumentar el nivel en uno de los recipientes y disminuir el mismo en el otro.

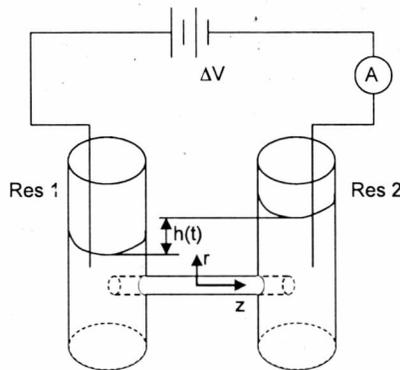


Figura 1:
esquema del dispositivo a modelizar.

Esta variación de nivel produce un gradiente de presión adverso que es responsable de la aparición de un flujo en dirección contraria al primero. Eventualmente, se alcanzará un estado de equilibrio en el que la diferencia de nivel $h(t)$ tomará un valor constante. En este estado de equilibrio el caudal que circula producto de la aplicación del campo eléctrico en una dirección, será igual al que

circula en dirección contraria debido al gradiente de presión. El caudal neto en el capilar será nulo.

Para que el campo eléctrico actúe sobre el fluido, debe existir en éste una densidad de carga eléctrica no nula. Cabe preguntarse por qué existen cargas en el líquido, y cómo se distribuyen éstas.

Cuando un líquido se pone en contacto con un sólido, ocurren en su interfaz reacciones físico-químicas que tienen como resultado que la pared sólida se cargue con un signo, y el líquido con el signo contrario.

En el sólido las cargas se encontrarán en una región muy delgada cercana a la superficie.

El modelo más aceptado actualmente para describir el comportamiento de las cargas en el líquido es el de la Doble Capa Eléctrica (figura 2), según el cual las cargas se ubican en dos zonas:

1) Una capa compacta (o de Stern) inmediatamente adyacente a la pared, donde las fuerzas eléctricas son muy elevadas y los iones son prácticamente inmóviles (el movimiento del fluido no puede arrastrarlos).

2) Una capa donde las cargas tomarán una distribución que es producto del equilibrio entre las fuerzas de difusión (que tienden a la homogenización de la densidad de carga en todo el volumen de líquido) y las fuerzas de atracción eléctricas entre las cargas de signo contrario en el sólido y en el líquido (que tienden a aumentar la densidad de carga cerca de las paredes). En esta región, llamada capa difusa, la concentración de cargas es máxima cerca de la pared, y disminuye de manera cuasi-exponencial con la distancia a la pared.

De acuerdo a este modelo, los iones presentes en la capa difusa se distri-

buyen según una distribución de Boltzmann, por lo que la ecuación de Poisson para el potencial eléctrico Ψ es, en coordenadas cilíndricas:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) = -\frac{q}{\epsilon} \quad (1)$$

$$q = e_0 n \left\{ \begin{array}{l} z_+ \exp \left[\frac{e_0 z_+ (\Psi - \Psi_0)}{k_B T} \right] \\ - z_- \exp \left[\frac{e_0 z_- (\Psi - \Psi_0)}{k_B T} \right] \end{array} \right\}$$

Conocida como la ecuación de Poisson-Boltzmann. Donde e_0 es la carga elemental, n la concentración por unidad de volumen de iones positivos y negativos en el seno del líquido, ϵ la permitividad del líquido, z_{\pm} las valencias de los iones positivos/negativos, k_B la constante de Boltzmann y T la temperatura.

Considerando que tanto los iones positivos como negativos tienen la misma valencia ($z_+ = z_- = z_m$), podemos escribir:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) = \frac{2e_0 n z_m}{\epsilon} \sinh \left[\frac{e_0 z_m (\Psi - \Psi_0)}{k_B T} \right] \quad (2)$$

El potencial Ψ_0 es el potencial para el que la densidad de carga es nula, y la diferencia entre este valor de potencial, y el potencial en el plano de aproximación máximo se llama potencial zeta. El potencial zeta es uno de los parámetros utilizados normalmente para caracterizar la DCE. El otro es la longitud de Debye, que es una medida de la distancia desde la pared en la que se distribuyen las cargas (o en otras palabras, es da una idea del espesor de la capa difusa).

Stern model (1924)

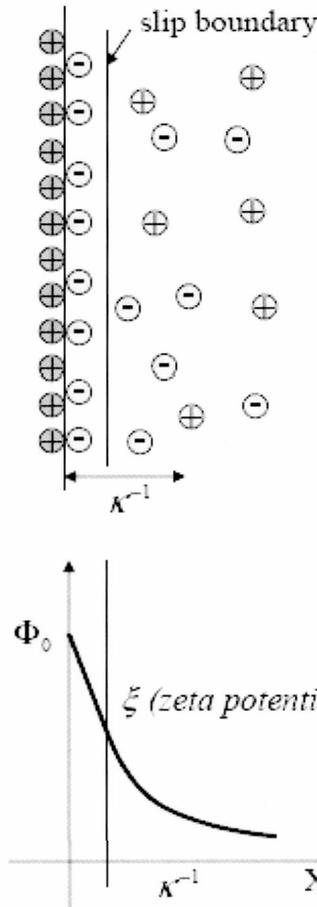


Figura 2: La Doble Capa Eléctrica, modelo de Stern ($\kappa=1/\delta \rho$)

Realizando el cambio de variables $\theta = f(\Psi)$

$$\Psi_0 = -\Psi_{Helmholtz} \quad (3)$$

$$\Psi_0 - \Psi(R) = -\xi$$

$$\theta = \Psi(r) - \Psi(R)$$

la ecuación de Poisson-Boltzmann queda:

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} = \frac{2e_0 n z_m}{\epsilon} \sinh \left[\frac{e_0 z_m (\theta + \xi)}{k_B T} \right] \quad (4)$$

Esta es una de las ecuaciones a resolver para obtener el campo de velocidades en el conducto.

Comportamiento del fluido

Considerando que se trata de un fluido newtoniano, incompresible y de viscosidad constante, la conservación de la cantidad de movimiento se expresa mediante las ecuaciones de Navier-Stokes:

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = \vec{f}_0 - \nabla p + \nabla \cdot \vec{T} \quad (5)$$

En coordenadas cilíndricas, teniendo en cuenta la conservación de la masa, y velocidad nula en dirección radial, queda:

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + q E_z \quad (6)$$

Donde q es la densidad de carga eléctrica presente en la capa difusa y E_z el campo eléctrico producto de la diferencia de potencial aplicada entre los recipientes.

Dada la ecuación de Poisson para el potencial eléctrico en la DCE,

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = -\frac{q}{\epsilon} \quad (7)$$

La ecuación a resolver es:

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \frac{E_z \epsilon}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad (8)$$

Esta ecuación es lineal por lo que se puede utilizar el principio de superposición, y plantear la solución como la suma de otras dos,

$$u_z = u_{pois} + u_{eo} \quad (9)$$

Donde u_{pois} es la velocidad debida al gradiente de presión, y u_{eo} es la velocidad debida a la electroósmosis. De manera que se cumpla, por un lado:

$$\rho \frac{\partial u_{eo}}{\partial t} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_{eo}}{\partial r} \right) - \frac{E_z \varepsilon}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad \text{O sea:} \quad (10)$$

Y por otro, la ecuación diferencial para el campo de velocidades de "Poiseuille":

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_{pois}}{\partial r} \right) - \rho \frac{\partial u_{pois}}{\partial t}$$

Para calcular el gradiente de presión a lo largo del conducto, consideraremos en una primera aproximación que no hay pérdidas ni en la entrada ni en la salida del conducto, ni en los recipientes. Así,

$$\frac{\partial p}{\partial z} \approx \rho g \frac{h(t)}{L} \quad (11)$$

Donde (ver figura 1):

$$h(t) = h_2(t) - h_1(t) \quad (12)$$

Y por conservación de la masa:

$$\frac{d}{dt} h(t) = \frac{d}{dt} h_2(t) - \frac{d}{dt} h_1(t) = \frac{Q}{A} + \frac{Q}{A} = 2 \frac{Q}{A} \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} h(t) = \frac{2}{A} \int_0^R \int_0^{2\pi} u_z(r, t) r d\theta dr \quad (14)$$

Reemplazando con las expresiones anteriores:

$$\frac{d}{dt} h(t) = \frac{4\pi}{A} \int_0^R u_{pois}(r, t) r dr \quad (15)$$

$$+ \frac{4\pi}{A} \int_0^R u_{eo}(r, t) r dr$$

$$\frac{d}{dt} h(t) = \frac{4\pi}{A} \int_0^R u_{pois}(r, t) r dr + \frac{2Q_{eo}}{A}$$

$$\text{Con } Q_{eo} = 2\pi \int_0^R u_{eo}(r, t) r dr$$

Finalmente, el sistema a resolver es:

$$\rho g \frac{h}{L} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_{pois}}{\partial r} \right) - \rho \frac{\partial u_{pois}}{\partial t} \quad (16)$$

$$\frac{dh}{dt} = \frac{4\pi}{A} \int_0^R u_{pois}(r, t) r dr + \frac{2Q_{eo}}{A} \quad (17)$$

$$\rho \frac{\partial u_{eo}}{\partial t} = \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_{eo}}{\partial r} \right) - \frac{E_z \varepsilon}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad (18)$$

$$\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta}{dr} = \frac{2e_0 n z_m}{\varepsilon} \text{senh} \left[\frac{e_0 z_m (\theta + \xi)}{k_B T} \right] \quad (19)$$

Adimensionalización

Para dar generalidad a las soluciones obtenidas, es necesario adimensionalizar las ecuaciones del sistema. Se tomaron para ello las siguientes cantidades de referencia:

> Longitud: R (radio del capilar)

> Velocidad: $u_{HS} = -\frac{\xi \varepsilon E_z}{\mu}$

(velocidad de Helmholtz-Smoluchowski)

> Potencial: ξ (potencial zeta)

> Temperatura:

$$\frac{z_m e_0 \xi}{k_B} \Rightarrow T_+ = \frac{1}{\alpha} = \frac{k_B T}{z_m e_0 \xi}$$

> Carga eléctrica:

$$\frac{\varepsilon \xi}{2n z_m R^2} \Rightarrow e_{0+} = \frac{e_0 2n z_m R^2}{\varepsilon \xi} = \left(\frac{R}{\delta_0} \right)^2 \frac{1}{\alpha}$$

> Donde $\delta_0^2 = \frac{\varepsilon k_B T}{2e_0^2 n z_m^2}$

es el cuadrado de la longitud de Debye

Con estas cantidades de referencia y el teorema de PI Buckingham se obtienen las siguientes cantidades adimensionales:

> Tiempo adimensional:

$$t_+ = t \frac{u_{HS}}{R}$$

> Radio adimensional: $r_+ = \frac{r}{R}$

altura adimensional: $h_+ = \frac{h}{R}$

> Potencial adimensional:

$$\theta_+ = \frac{\theta}{\xi}$$

> Velocidad adimensional:

$$u_+ = \frac{u}{u_{HS}} \Rightarrow u_{pois_+} = \frac{u_{pois}}{u_{HS}} \wedge u_{eo_+} = \frac{u_{eo}}{u_{HS}}$$

El sistema adimensional queda finalmente: (22)

$$\left(\frac{R}{L}\right) \left(g \frac{R}{u_{HS}^2}\right) h_+ = \frac{1}{Re_R} \frac{1}{r_+} \frac{\partial}{\partial r_+} \left(r_+ \frac{\partial u_{pois_+}}{\partial r_+}\right) - \frac{\partial u_{pois_+}}{\partial t_+}$$

(23)

$$\frac{A}{R^2} \frac{dh_+}{dt_+} = 4\pi \int_0^1 u_{pois_+} r_+ dr_+ + 2Q_{eo_+}$$

$$-Esc \frac{1}{Re_R} \left(\frac{R}{\delta_0}\right)^2 \frac{1}{\alpha} \sinh[\alpha(\theta_+ + 1)] = \frac{1}{Re_R} \frac{1}{r_+} \frac{\partial}{\partial r_+} \left(r_+ \frac{\partial u_{eo_+}}{\partial r_+}\right) - \frac{\partial u_{eo_+}}{\partial t_+}$$

$$\frac{d^2\theta_+}{dr_+^2} + \frac{1}{r_+} \frac{d\theta_+}{dr_+} = \left(\frac{R}{\delta_0}\right)^2 \frac{1}{\alpha} sh[\alpha(\theta_+ + 1)]$$

Donde:

$$Re_R = \rho \frac{u_{HS} R}{\mu}; \quad Q_{eo_+} = 2\pi \int_0^1 u_{eo_+} r_+ dr_+$$

Y Esc es una función escalón:

$$Esc = \begin{cases} 0 \rightarrow t < 0 \\ 1 \rightarrow t \geq 0 \end{cases} \quad (26)$$

En este sistema la diferencia de potencial adimensional a través de la capa difusa θ_+ es función de la coordenada adimensional r_+ , y de dos parámetros adimensionales:

$$\theta_+ = f\left\{\frac{r}{R}, \alpha, \frac{\delta_0}{R}\right\} \quad (27)$$

El primero, α , es el parámetro de energía iónica [1], y el segundo, el cociente entre el espesor de la capa difusa y el radio del capilar.

La velocidad u_{eo} adimensional es función de la coordenada adimensional r_+ , del tiempo adimensional t_+ , y de tres parámetros adimensionales: los dos anteriores y el número de Reynolds basado en el radio del capilar y en la velocidad electroosmótica máxima.

$$u_{eo_+} = f\left\{\frac{r}{R}, t \frac{u_{HS}}{R}, Re_R, \alpha, \frac{\delta_0}{R}\right\} \quad (28)$$

La velocidad u_{pois} adimensional es función de los mismos parámetros que la velocidad electroosmótica, además de otros tres que tienen en cuenta la longitud del capilar, la aceleración de la gravedad, y el área de los recipientes:

$$u_{pois_+} = f\left\{\frac{r}{R}, t \frac{u_{HS}}{R}, \frac{L}{R}, g \frac{R}{u_{HS}^2}, Re_R, \frac{A}{R^2}, \alpha, \frac{\delta_0}{R}\right\}$$

Finalmente, La diferencia de altura h_+ es función del tiempo y de los mismos seis parámetros adimensionales que u_{pois} :

$$h_+ = f\left\{t \frac{u_{HS}}{R}, \frac{L}{R}, g \frac{R}{u_{HS}^2}, Re_R, \frac{A}{R^2}, \alpha, \frac{\delta_0}{R}\right\} \quad (30)$$

Este sistema fue resuelto numéricamente a través de un código en diferencias finitas de paso variable en el espacio, y fijo en el tiempo. Las derivadas espaciales responden a un esquema centrado (de orden dos si la malla fuese uniforme). En una primera etapa se resuelve la ecuación del potencial eléctrico mediante el método de Newton-Raphson. Una vez calculado el potencial se procede a determinar el campo de velocidades electroosmótico, y con éste se calculan la diferencia de alturas h_+ y el campo de velocidades de Poiseuille. El esquema temporal utilizado para calcular la altura y ambos campos de velocidad es conocido como "three time level method" [24].

A continuación se presentan algunos gráficos de los resultados obtenidos con el presente modelo.

Resultados

El perfil de velocidades en función del tiempo es como el de la figura 3. Inicialmente la velocidad es nula en todo el conducto, luego a medida que pasa el tiempo se va estableciendo un perfil de velocidades tipo "enchufe" (cuyo frente es relativamente recto) y cuyo valor máximo es u_{HS} . El paso del tiempo también hace que la diferencia de alturas h se incremente (figura 4), lo que produce un flujo

adverso, disminuyendo el caudal (figura 5).

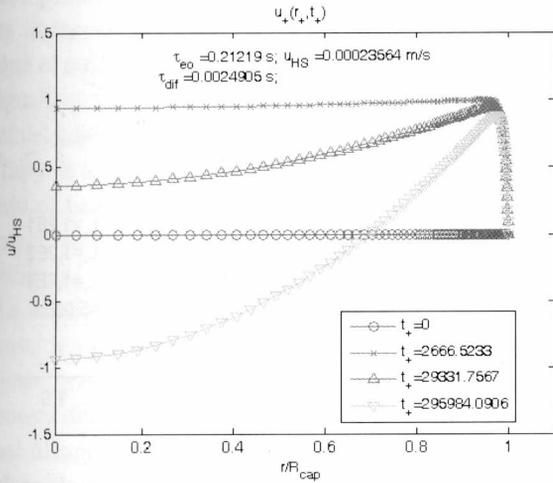


Figura 3: establecimiento del perfil de velocidad en el conducto circular

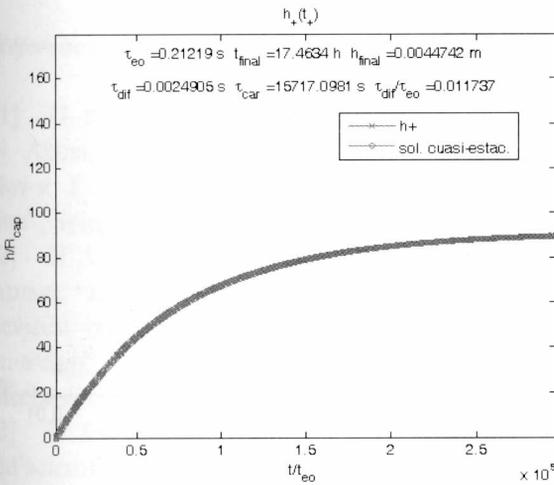


Figura 4: evolución de la diferencia de alturas entre los recipientes.

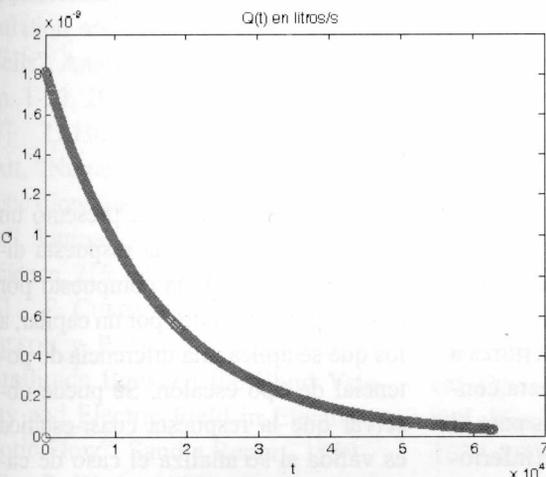


Figura 5: evolución del caudal entre los recipientes

En el caso presentado en las tres figuras anteriores, que corresponden al de un capilar de radio pequeño ($R=50$ micrones), el tiempo de difusión, o de establecimiento del perfil de velocidades, es muy pequeño comparado con el tiempo característico de la dinámica del sistema. En estos casos la solución cuasi-estática, de tipo exponencial, prácticamente coincide con la solución exacta (figura 4). La solución cuasi-estática se obtiene eliminando la derivada temporal de la velocidad en la ecuación 8, tanto para el campo de velocidades de Poiseuille como para el electrosmótico. Cuando el radio del capilar es del mismo orden o más grande

que el radio de los recipientes, la diferencia de alturas se produce rápidamente, y la solución es de tipo subamortiguada (la solución oscila, y la amplitud de las oscilaciones disminuye con el tiempo hasta alcanzar la solución estacionaria). Esto se debe a que el tiempo de difusión es en este caso del mismo orden que el tiempo característico del sistema. En las figuras 6 y 7 se presenta la evolución de la altura y el caudal en función del tiempo, para varias áreas de recipientes respecto de un mismo capilar. Se tomó un radio de capilar de 500 micrones, para poder llegar a valores de A_+ del orden de 10^{-1} con recipientes de radio mayor a 100 micrones. En estas simulaciones se debe tener en cuenta la derivada temporal para ambos campos de velocidades (Poiseuille y electrosmótico). De no tener en cuenta la derivada temporal para el campo de Poiseuille, se obtendría la solución exponencial cuasi-estática. De no tenerla en cuenta para el campo electrosmótico, se obtendría una solución subamortiguada, pero con amplitudes de oscilación mucho mayores.

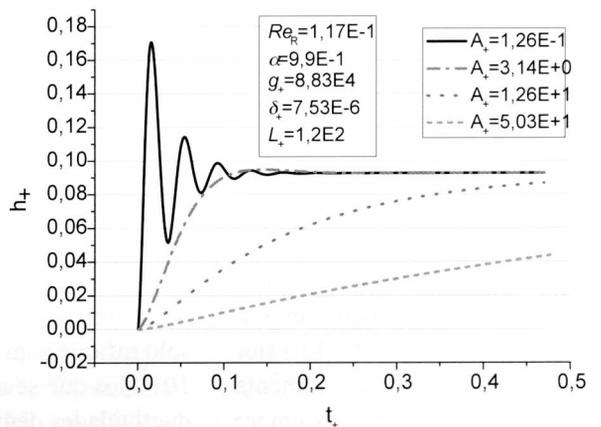


Figura 6: evolución de la altura adimensional para 4 áreas adimensionales de los recipientes.

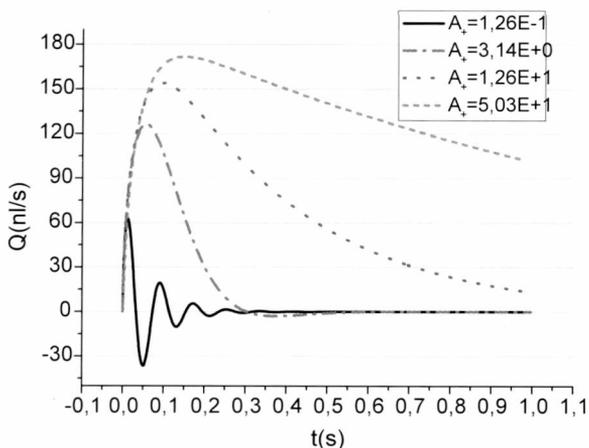


Figura 7: evolución del caudal en nl/s, en función del tiempo en segundos para 4 áreas adimensionales de los recipientes.

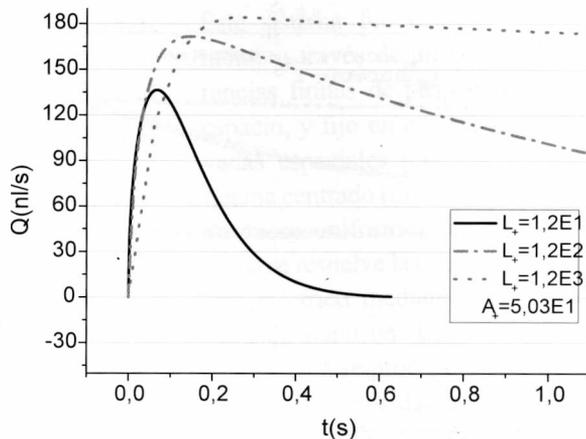


Figura 9: evolución del caudal adimensional para 3 longitudes adimensionales del capilar.

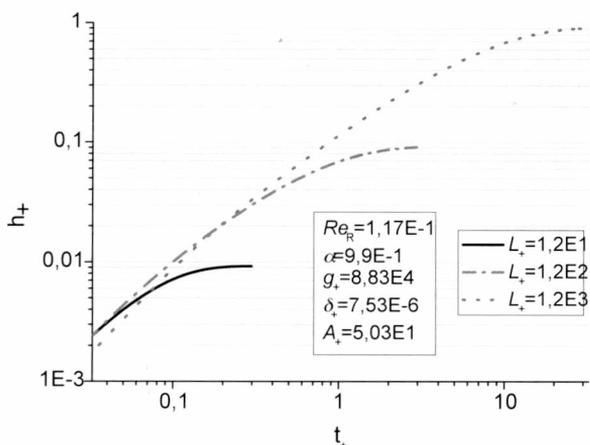


Figura 8: evolución de la altura adimensional para 3 longitudes adimensionales del capilar

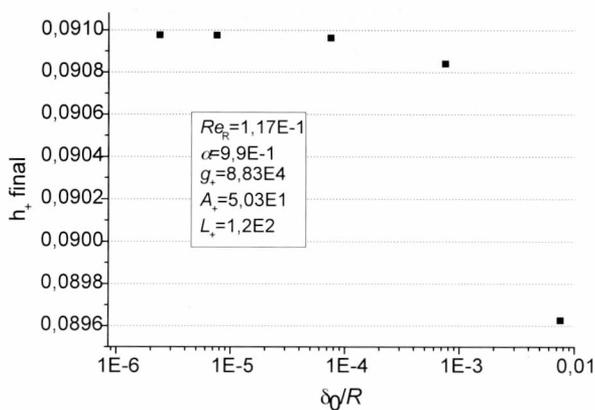


Figura 10: efecto de la variación del espesor de la capa difusa sobre la altura alcanzada en el equilibrio.

Las figuras 8 y 9 presentan la influencia de la longitud del capilar en la respuesta del sistema. Se puede observar que a longitudes mayores, se obtendrán valores mayores de altura entre recipientes, así como evoluciones más lentas (figura 8). El valor máximo de caudal también aumenta con la longitud del capilar siempre que el tiempo de difusión sea del orden del tiempo de respuesta del sistema (figura 9). En otras palabras, si se

sigue aumentando la longitud del capilar, el caudal no podrá superar el caudal electroosmótico máximo (del orden de $u_{HS} \cdot \pi \cdot R^2$).

Finalmente, el espesor adimensional de la doble capa eléctrica (figura 10) sólo influye para valores superiores a 10^{-3} , los que se obtendrían para conductividades demasiado bajas para el caso de soluciones acuosas (inferiores a 10^{-8} S/m), y la altura disminuiría en este caso en un 1.5%.

Conclusiones

En el presente trabajo se presentó un modelo para estudiar la respuesta dinámica de un sistema compuesto por dos recipientes unidos por un capilar, a los que se aplica una diferencia de potencial de tipo escalón. Se puede observar que la respuesta cuasi-estática es válida si se analiza el caso de capilares de radio pequeño, en los que el tiempo de difusión es muy corto

comparado con el tiempo de respuesta dinámica del sistema, y siempre que el radio de los recipientes sea de igual o mayor orden de magnitud que el del capilar.

Tanto la altura máxima alcanzada como el tiempo necesario para alcanzarla, aumentan con la longitud del conducto.

La conductividad del líquido, en el caso de soluciones acuosas parece no tener gran influencia sobre la respuesta dinámica, ni sobre la altura final alcanzada. Esto suponiendo que el potencial zeta no cambia con la conductividad.

Referencias

- [1] G. KARNIADAKIS, A. BESKOK y N. ALURU, "Microflows and Nanoflows: Fundamentals and Simulation", Spinger, 2005.
- [2] H. A. STONE, A. D. STROOK y A. ADJARI, "Engineering flows in small devices: microfluidics towards lab-on-a-chip", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36, pp. 381-411, 2004.
- [3] D. ERICKSON y D. LI, "Integrated Microfluidic Devices", *Analytica Chimica Acta*, 507, pp. 11-26, 2004.
- [4] C. YI, C. LI, S. JI y M. YANG, "Microfluidics Technology for Manipulation and Analysis of Biological Cells", *Analytica Chimica Acta*, 560, pp. 1-23, 2006.
- [5] L. HU, J. HARRISON y J. MASLIYAH, "Numerical Model of Electrokinetic Flow for Capillary Electrophoresis", *Journal of Colloid and Interface Science*, 215, pp. 300-312, 1999.
- [6] E. CUMMINGS, S. GRIFFITHS, R. NILSON y P. PAUL, "Conditions for Similitude Between the Fluid Velocity and Electric Field in Electroosmotic Flow", *Sandia Report*, 1999.
- [7] P. WOIAS, "Micropumps-Past, Progress and Future Prospects", *Sensors and Actuators B*, 105, pp. 28-38, 2005.
- [8] A. CASTELLANOS, A. RAMOS, A. GONZÁLEZ, N.G. GREEN y H. MORGAN, "Electrohydrodynamics and dielectrophoresis in microsystems: scaling laws", *Journal of Physics D: Applied Physics*, 36, pp. 2584-2597, 2003.
- [9] A. RAMOS, H. MORGAN, N. G. GREEN, A. GONZÁLEZ y A. CASTELLANOS, "Pumping of liquids with traveling-wave electroosmosis", *Journal of Applied Physics*, 97, 2005.
- [10] P. GARCÍA SANCHEZ, A. RAMOS, N.G. GREEN y H. MORGAN, "Traveling-wave electrokinetic micropumps: velocity, electrical current, and impedance measurements", *Langmuir*, 24, pp. 9361-9369, 2008.
- [11] A. RAMOS, A. GONZALEZ, P. GARCÍA-SANCHEZ y A. CASTELLANOS, "A linear analysis of the effect of Faradaic currents on traveling-wave electroosmosis", *Journal of Colloid and Interface Science*, 309, pp. 323-331, 2007.
- [12] B. CAHILL, L. HEYDERMAN, J. GOBRECHT y A. STEMMER, "Electroosmotic Pumping on Application of Phase-shifted Signals to Interdigitated Electrodes", *Sensors and Actuators B*, 110, pp. 157-163, 2005.
- [13] CASTELLANOS, A. RAMOS, A. GONZÁLEZ, N. GREEN y H. MORGAN, "Particle Manipulation in Microfluidics: the Role of Dielectrophoresis, Electrohydrodynamics and AC Electrokinetics", *Proceedings de XXI IC-TAM*, Polonia, 2004.
- [14] HOLMES, H. MORGAN y N. GREEN, "High Throughput Particle Analysis: Combining Dielectrophoretic Particle Focussing with Confocal Optical Detection", *Biosensors and Bioelectronics*, 21, pp. 1621-1630, 2006.
- [15] HOLMES, M. SANDISON, N. GREEN y H. MORGAN, "On-chip High-speed Sorting of Micron-sized Particles for High-throughput Analysis", *IEE Proc.-Nanobiotechnology*, 152, 4, pp. 129-135, 2005.
- [16] D. SINTON, "Microscale flow visualisation", *Microfluid Nanofluid*, 1, pp. 2-21, 2004.
- [17] S. DEVASENATHIPATHY y J. G. SANTIAGO, Capítulo 3: "Electrokinetic flow diagnostics", *Microscale Diagnostics Techniques*, Springer, 2005.
- [18] W. EHRFELD, "Electrochemistry and Microsystems", *Electrochimica Acta*, 48, pp. 2857-2868, 2003.
- [19] S. HONG, Z. TANG, D. DJUKIC, A. TUCAY, S. BAKHRU, R. OSGOOD, J. YARDLEY, A. WEST y V. MODI, "Simulation and Experimental Validation of Electroosmotic Flow in Microfluidic Channel", *Microelectromechanical Systems Conference*, pp. 73-76, 2001.
- [20] Y. ZHANG, X. GU, R. BARBER y D. EMERSON, "An Analysis of Induced Pressure Fields in Electroosmotic Flows Through Microchannels", *Journal of Colloid and Interface Science*, 275, pp. 670-678, 2004.
- [21] J. MACINNES, "Computation of Reacting Electrokinetic Flow in Microchannel Geometries", *Chemical Engineering Science*, 57, pp. 4539-4558, 2002.
- [22] P. DUTTA, A. BESKOK y T. WARBURTON, "Electroosmotic Flow Control in Complex Microgeometries", *Journal of Microelectromechanical Systems*, Vol. 11, No. 1, 2002.
- [23] PERCH-NIELSEN, N. GREEN, y A. WOLFF, "Numerical Simulation of Travelling Wave Induced Electrothermal Fluid Flow", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 37, pp. 2323-2330, 2004.
- [24] J. H. FERZIGUER y M. PERIC, "Computational Methods for Fluid Dynamics", Springer, 3ª edición, 2002.