

A. E. Altenberg¹

¹ INTEC, Universidad Argentina de la Empresa. Unidad de Investigación de la Facultad de Ingeniería, Universidad de la Marina Mercante. Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Buenos Aires, Departamento de Ingeniería Industrial, CITEDEF, Instituto de Investigaciones Científicas y Técnicas para la Defensa

Respuesta de una Gran Plataforma "Spar" a una Excitación de Entrada Producida por Olas Aleatorias

Abstract

En este trabajo se propone la utilización de la Transformada Wavelet Continua (TWC) aplicando funciones complejas de Morlet para la realización de un análisis en tiempo-frecuencia de la envolvente de la amplitud de pico a pico de las olas aleatorias de excitación con un espectro del tipo JONSWAP producidas en el tanque generador de olas del OTRC y la correspondiente respuesta dada por el movimiento horizontal ("surge") de un modelo a escala de una gran plataforma petrolera del tipo "Spar". Mediante el uso de la mencionada transformada y haciendo las consideraciones adecuadas sobre su extensión en los bordes con fines de cálculo, es posible extender las conclusiones extraídas en trabajos anteriores sobre el comportamiento dinámico del sistema olas-plataforma.

Keywords

Plataforma Spar, wavelet de Morlet compleja, Transformada Wavelet Continua, olas aleatorias, espectro JONSWAP, sistema olas-plataforma, análisis en tiempo-frecuencia.

I. Introducción

El análisis y síntesis numérica de series temporales representando la respuesta en estado estacionario de estructuras móviles como las grandes plataformas "Spar" han sido recientemente objeto de considerable atención. La predicción del comportamiento de la "Spar" en el océano, donde la excitación producida por las olas se va estableciendo gradualmente durante un largo período, requiere el uso de series que lleguen a condiciones de estado estacionario (sin los términos correspondientes a las vibraciones libres debidos a las condiciones iniciales). Las plataformas "Spar" tienen frecuencias naturales muy bajas, lo cual hace difícil obtener una respuesta estacionaria sin incurrir en muy largos y costosos experimentos en tanques de olas artificiales con modelos a escala. Además, a partir de un cierto tiempo, los efectos de la reflexión de las olas generadas en el tanque comienzan a tener un efecto apreciable en los datos experimentales. Esto hace generalmente los tests incompatibles con los resultados de

las simulaciones numéricas. Bajo estas restricciones temporales es importante obtener una estimación cuantitativa del grado en el que se ha obtenido el estado estacionario en las mediciones experimentales.

Cuando la respuesta está constituida por un único modo, el examen visual de la señal en su representación en el dominio temporal es una forma rápida y sencilla de determinar cuantitativamente su régimen. Sin embargo, las plataformas "Spar" experimentan respuestas en múltiples frecuencias, y la complejidad de la serie temporal resultante hace imposible, o a lo sumo muy difícil, extraer información cuantitativa de ésta a partir de su representación en el dominio temporal. Más aún, la caracterización cuantitativa del comportamiento de la serie en cada uno de los modos de la estructura es a menudo necesaria. La señal correspondiente a la respuesta debe ser, por consiguiente, descompuesta en sus bandas de frecuencias constituyentes para poder realizar una interpretación adecuada de la misma. Debido a la naturaleza transitoria de este tipo de datos, el análisis de Fourier no provee

una representación útil, debido su falta de localización temporal. Sin embargo, la representación por medio de una Transformada Wavelet Continua (TWC) puede dar información de frecuencia a lo largo del tiempo. Esta clase de análisis fue realizada recientemente por diversos investigadores (cf. Jordan et al. (1998a, 1998b)), quienes obtuvieron una útil aguda comprensión sobre la respuesta de plataformas "Spar" sujetas a excitación producida por olas aleatorias. Estos investigadores encontraron, sin embargo, efectos de borde dependientes de la escala de análisis debidos a la longitud finita de las series temporales sujetas a análisis. Desafortunadamente, para evitar este problema sería necesario analizar una porción de datos de una longitud muy larga, lo que nos lleva nuevamente al problema de los experimentos costosos y las inconsistencias relacionadas con la reflexión de las olas en el tanque. A pesar de ello, es posible obtener resultados lógicos por medio del establecimiento de hipótesis adecuadas acerca del comportamiento en los bordes de las series temporales y un tratamiento de sus extremos acorde con las mismas. El objetivo de este trabajo, es el de entender los resultados obtenidos por Jordan et al. (1998a, 1998b), mediante la aplicación de esta metodología.

II. Modelo de la Plataforma "Spar" y datos

El mismo modelo y datos utilizados por Jordan et al. (1998a, 1998b) ha sido empleado en este trabajo. El modelo consiste en una plataforma "Spar" a una escala de 1:55 testeada en el tanque generador de olas del OTRC (OTRC (1995)). Los datos de olas de entrada replican un espectro

JONSWAP con olas de altura significativa (significant wave height) de $H_s = 43$ ft., un periodo pico (peak period) de $T_p = 14$ s. y un factor de realce (enhancement factor) $\gamma = 2$. Las señales correspondientes a la entrada aleatoria y la respuesta de movimiento de anclaje (surge response) fueron muestreadas en 9709 puntos con una tasa de muestreo de 0.37081 s.. La estructura posee valores nominales de 332 s. para su período natural de desplazamiento horizontal ("surge") y 62 s. para su período natural de vaivén ("pitch"). El movimiento de "surge" se midió con un artefacto de seguimiento óptico de objetivo ubicado al nivel de la cubierta del modelo a 179.9 ft. (unidades de prototipo) por encima del nivel medio del agua (NMA). Las señales correspondientes a la entrada aleatoria y la respuesta de movimiento horizontal de anclaje (surge response) fueron muestreadas en 9709 puntos con una tasa de muestreo de 0.37081 s.

III. Metodología

Siguiendo a Jordan et al. (1998a), la serie de datos se representó mediante una Transformada Wavelet Continua (TWC), usando wavelets de Morlet de valores complejos. De esta forma, se obtuvo una envolvente de la amplitud de pico a pico en cada uno de los modos de la respuesta. Es decir,

$$A(\tau) = \frac{2}{GA} \sqrt{\frac{|W(a, \tau)|^2}{a}} \quad (1)$$

en la cual $A(\tau)$ es la amplitud, α la escala de análisis, r el tiempo, GA la ganancia, y

$$W(a, \tau) = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t - \tau}{a} \right) dt$$

es la representación de la señal f mediante la TWC definida por la wavelet de Morlet compleja ψ . La convolución definida por la ecuación (2) es realizada en el dominio de frecuencia mediante una FFT (Fast Fourier Transform - Transformada Rápida de Fourier). A diferencia de la formulación de Jordan, el cual recurre a una transformada FFT de una wavelet de Morlet compleja muestreada (Jordan et al. (1997), (1998a), (1998b)), nosotros usamos la expresión exacta de la Transformada de Fourier de la mencionada wavelet. Esta transformada es muestreada en una grilla del mismo numero de puntos que aquellos de la señal analizada, siguiendo a Wavelab (Buckheit et al. (1995)). Esto causa una diferencia en la relación entre frecuencia pico y escala para una wavelet dada entre ambas formulaciones. Mediante la consideración de las tasas de muestreo de la señal y la wavelet y cortando los extremos de esta última, Jordan et al. (1998b) obtienen,

$$f_p = \frac{0.7832}{a} \quad (3)$$

como la relación mencionada. En nuestro caso,

$$\omega_p = \frac{\omega_\psi}{a} \quad (4)$$

con $\omega_\psi \in [5, 6]$. Haciendo, $\omega_\psi = 5.5$ como en Jordan et al. obtenemos

$$f_p = \frac{5.5}{2\pi \Delta t_s a} \text{ [Hz]} \quad (5)$$

donde Δt_s es la tasa de muestreo de la serie, en nuestro caso $\Delta t_s = 0.37081$ s., lo que da

$$f_p \approx \frac{2.3606}{a} \text{ [Hz]}. \quad (6)$$

Ya que la expresión exacta de la wavelet en el dominio de la frecuencia

es usada, en lugar de una FFT de la representación en el dominio temporal de la wavelet de Morlet compleja, no hay problemas de "aliasing" relacionados con la tasa de muestreo de la wavelet. Sin embargo, errores de muestreo en el dominio de Fourier pueden ser generados, especialmente a niveles altos de escala donde el gradiente de las wavelets puede tornarse muy alto. Este problema puede ser solucionado en parte mediante la adición de tantos ceros como fueran necesarios al final de los datos, incrementando artificialmente de esta forma la tasa de muestreo en el dominio de la frecuencia. El uso de la versión exacta de la wavelet en espacio de Fourier implica además la ausencia de error relacionado con el corte sus extremos.

La convolución descrita en la ecuación (2), cuando es realizada en el dominio de la frecuencia, incluye cerca de los bordes la contribución de puntos que están ubicados en los bordes opuestos de la serie debido a la periodicidad de la transformación (Jordan et al. (1997)). Jordan et al. extienden los datos originales mediante la adición de ceros. Esta operación de adición de ceros se realiza para dar una longitud correspondiente a una potencia de dos a la serie de datos, lo cual permite la aplicación de algoritmos eficientes de FFT y otorgar a la vez una tasa de muestreo suficiente para la wavelet en el dominio temporal que evite los errores de muestreo de las wavelets en el espacio de Fourier. El efecto combinado del uso de la FFT con la adición de ceros es equivalente a una convolución en el dominio temporal entre los correspondientes filtros dados por las wavelets a cada escala, con las series de datos completadas con ceros en los extremos. La conse-

cuencia indeseada de esto es la generación de errores computacionales en los bordes, los que fueron reportados por Jordan et al. (1998a). La única forma de evitar en forma completa estos errores es procesando una larga sección de datos, manteniendo solo aquellos coeficientes que se encuentran en la región central de la serie, los cuales se hallan immaculados por los efectos de una inadecuada representación de los extremos, o recurriendo a wavelets especiales en los bordes, las cuales deben mantener las principales características de aquellas utilizadas para representar la región central. Esto último ha sido propuesto por Herley y Vetterli (1993) y Strang y Nguyen (1996), entre otros. La primera opción nos enfrenta con el problema de largos y costosos experimentos e inconsistencias relacionadas con la reflexión de olas en el tanque, mientras que la segunda opción escapa al objetivo de este trabajo y queda para futuro trabajo de investigación. Sin embargo, si se formulan hipótesis adecuadas sobre el comportamiento no estacionario de las series temporales, resultados mas cercanos a la realidad que la de aquellos reportados por Jordan et al. (1998a, 1998b) pueden ser logrados. Analizando el comportamiento de la señal que representa a la entrada constituida por las olas aleatorias se puede apreciar que la adición de ceros en los extremos finales de la serie no es una buena premisa (como se observa en la Figura 1). Mediante el simple examen visual de la señal aleatoria de las olas en el dominio temporal se puede observar que la amplitud de pico a pico parece haber alcanzado una condición de estado estacionario, lo cual es inconsistente con los resultados correspondientes a la adición de ce-

ros en el extremo final. Para proponer una estrategia alternativa para el tratamiento de los bordes de las series temporales es necesario establecer hipótesis sobre el comportamiento de las mismas en sus extremos. De la observación del experimento físico de la producción de olas en un tanque generador se puede llegar a la conclusión de que el proceso comienza desde una amplitud nula, incrementándose el valor de la misma con una pendiente dada por una función cosenoidal hasta que ésta llega a una meseta. De esta premisa sobre el comportamiento de una serie temporal hipotéticamente más larga, la reflexión de los datos en los extremos conjugados con una multiplicación por una exponencial negativa en el extremo de comienzo parece ser una elección plausible. Es importante hacer notar que los resultados obtenidos en esta forma no serán exactos, sino sólo una mejor aproximación a los valores reales de la amplitud de pico a pico.

Otra fuente de error surge de las condiciones de regularidad de las señales analizadas en esta sección. Es un hecho conocido que los coeficientes correspondientes a las representaciones de funciones en wavelets, tanto en su versión discreta como continua, son muy sensibles a las características locales de regularidad de las funciones representadas. Si una función es localmente lisa, los valores de su transformada wavelet permanecerán pequeños, mientras que en el caso de que la función presente una singularidad, la amplitud de los coeficientes se incrementara notablemente en un entorno de ésta (Farge (1992)). Por consiguiente, la inclusión de singularidades en los bordes debe ser cuidadosamente evitada.

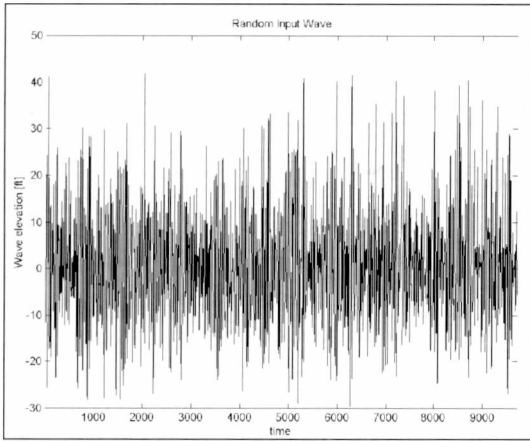


Figura 1: Elevación de las olas de entrada con espectro JONSWAP.

Para el caso de extensión por reflexión y para datos que presenten las características de aquellos mostrados en la Figura 1, se hace necesario cortar los extremos de la serie temporal puntos que presenten un extremo local.

IV. Implementación y resultados

Fue realizado un pre-procesamiento de los datos para reducir los errores en los bordes inherentes al enfoque de Jordan et al. (1998a, 1998b), como fue indicado en la sección III. El análisis comenzó con una representación de la señal de olas mediante una TWC con wavelets de Morlet complejas. Se hizo un análisis de aproximadamente nueve octavas de extensión con 24 voces por cada octava. El rango de escalas abarcó desde la escala $2^{0.5}$ hasta la escala 2^8 . Los valores de la envolvente de la amplitud de pico a pico dados por la TWC se representan en una escala de 128 colores. Para obtener el valor correspondiente en ft., la escala numérica correspondiente a los colores debe ser multiplicada por 0.4052. Como es de esperarse en este caso, la represen-

tación mediante TWC muestra la densidad de energía de la señal concentrada en una banda de frecuencias correspondiente con el espectro JONSWAP buscado como objetivo en el experimento (Figura 2). Las dos representaciones de la señal de olas parecen indicar un régimen estacionario de este proceso. La envolvente de la amplitud de pico a pico para la respuesta horizontal de anclaje (surge) basada en la TWC de

wavelets de Morlet complejas se realiza mediante un análisis de aproximadamente nueve octavas, con 24 voces por cada octava, que abarca desde la escala 2^2 hasta la escala 2^{11} (Figura 4). La serie de datos fue cortada en ambos extremos de modo de evitar la introducción de singularidades en las frecuencias que se hallan alrededor de la banda JONSWAP debidas al tipo de tratamiento de bordes utilizado. La señal resultante se extiende desde la muestra 12 a la 9696 de los datos originales. Finalmente, esta señal es extendida por reflexión en los extremos hasta una longitud de 2^{14} muestras.

Los valores son representados en una escala de 128 colores. Para obtener los resultados en ft., la escala numérica correspondiente a los colores debe ser multiplicada por 0.4585. El gráfico de la envolvente de la amplitud de pico a pico muestra la presencia de los tres modos característicos de la respuesta correspondiente al movimiento de anclaje horizontal (surge response). En la parte inferior del gráfico se puede ver el modo que se encuentra localizado

alrededor de la banda espectral JONSWAP (coincidente con la excitación de las olas aleatorias). Esta constituye la componente de más alta frecuencia de la respuesta horizontal de anclaje. En el rango medio de escalas se encuentra la componente que se ubica alrededor de la frecuencia natural de "cabeceo" de la estructura (pitch mode), mientras que la componente correspondiente a la frecuencia natural de movimiento horizontal de anclaje (surge mode) está en el rango de escalas más alto. De un detallado análisis de la representación en TWC, parecen no detectarse singularidades introducidas por el tratamiento de bordes alrededor del modo de la respuesta correspondiente a la frecuencia natural de "cabeceo" (pitch) de la plataforma. Sin embargo, este no parece ser el caso alrededor de la frecuencia natural de la respuesta correspondiente al modo de movimiento horizontal de anclaje (surge) (observar la bifurcación de la densidad de energía alrededor de la escala $2^{9.4}$ de la Figura 4).

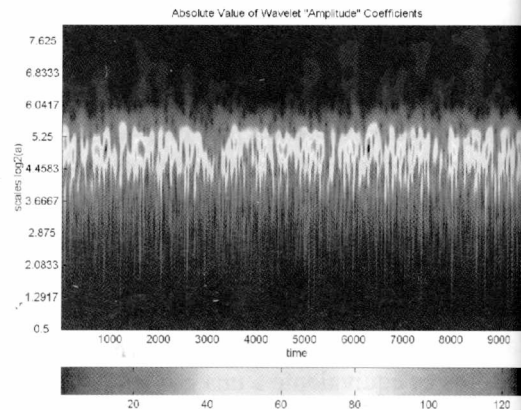


Figura 2: Gráfico de la envolvente de la amplitud de pico a pico de las olas de entrada dada por la TWC.

Los modos JONSWAP y pitch presentan características aleatorias, con el primero mostrando un carácter que parece ser estacionario, mientras que el segundo se va atenuando hacia el final de la serie de datos. Esto se puede observar en la Figura 5, que muestra los valores de la respuesta correspondientes al modo pitch a escala $2^{7.3}$, el cual según la ecuación (6) se traduce en una frecuencia pico de alrededor de $1.51 \cdot 10^{-2}$ Hz., o un período pico de alrededor de 66.4 s.

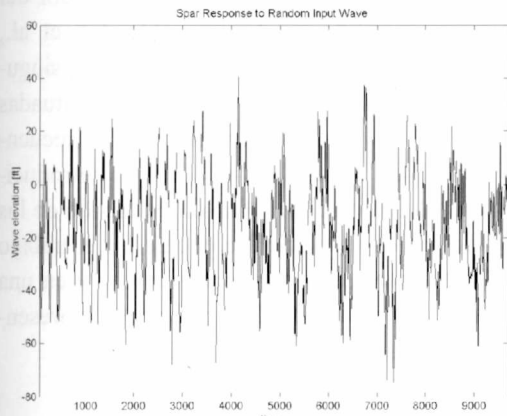


Figura 3: Respuesta horizontal de anclaje (surge response) de la plataforma Spar.

En contraste, la porción de la respuesta correspondiente al período natural de surge muestra una naturaleza más determinística. Se pueden observar también regiones de interacción entre las tres componentes de la respuesta, cuya amplitud de pico a pico es mucho menor que la de éstos. Regiones de aparente interacción entre modos, de amplitud de pico a pico más baja, pueden ser observadas entre las tres componentes principales de la respuesta. Cabe aclarar que es difícil cuantificar la parte de éste fenómeno que es debida al leakage provocado por el carácter no ortogonal de la TWC.

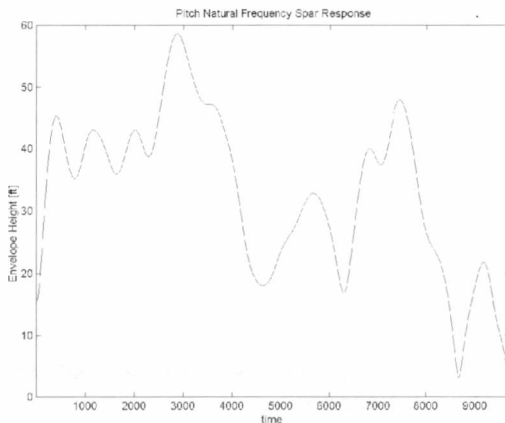


Figura 5: Amplitud de pico a pico de la respuesta horizontal de anclaje (surge) en su frecuencia de "cabeceo" (pitch) a escala.

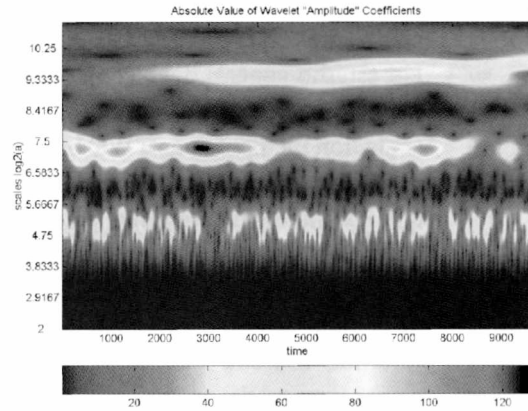


Figura 4: Gráfico de la envolvente de la amplitud de pico a pico de la respuesta horizontal de anclaje (surge) dada por la TWC.

Para eliminar la bifurcación alrededor de la componente surge de la respuesta observada en la figura 4 se realizó un nuevo análisis con TWC de los datos. Para esto se cortaron los datos en los extremos en las muestras 12 y 9523 de la serie original, extendiendo luego por reflexión hasta tener

2^{14} muestras. El análisis abarca aproximadamente nueve octavas, con 24 veces por cada octava, desde la escala 2^2 a la escala 2^{11} . Los valores de amplitud de pico a pico de la respuesta están representados en una escala de 128 colores, para obtener los valores correspondientes en ft., el valor numérico de la escala deberá ser multiplicado por 0.4585. En el análisis realizado de éste modo no se introducen singularidades alrededor de las principales frecuencias de la respuesta.

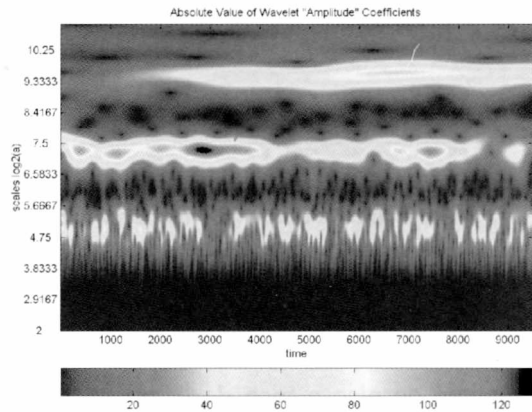


Figura 6: Gráfico de la envolvente de la amplitud de pico a pico de la respuesta horizontal de anclaje (surge) dada por la TWC, en la que se elimina la bifurcación alrededor del modo surge.

La Figura 6 representa a la envolvente de la amplitud de pico a pico de la respuesta horizontal de anclaje en su frecuencia fundamental de surge en escala $2^{9.6}$, la que según la ecuación (6) corresponde a una frecuencia pico de aproximadamente $3.08 \cdot 10^{-3}$ Hz., o un período de alrededor de los 325 s. Se puede observar en el gráfico el carácter prácticamente determinístico de la componente surge de la respuesta.

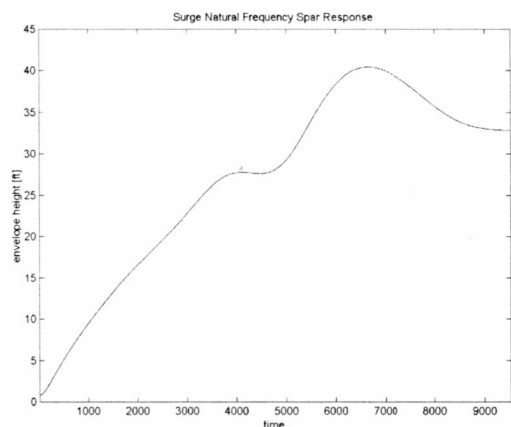


Figura 7: Entrada de olas monocromáticas y respuesta de la plataforma "Spar" a escala

Luego de alcanzar un máximo, la amplitud de pico a pico de la respuesta parece establecerse en una meseta hacia el final de la serie de datos sugiriendo que se podría estar llegando a una condición de estado estacionario.

V. Conclusiones

Se propone en este trabajo una implementación de la extensión en los bordes de la TWC, la cual difiere de aquella propuesta por Jordan et al. (1998a, 1998b). Las TWC realizadas nos permiten así, extender los resultados obtenidos por dichos au-

tores para el conjunto de los datos analizados.

Un estudio general del sistema olas-plataforma por medio de una representación mediante una TWC basada en wavelets de Morlet complejas, con las cuales se determina la envolvente de la amplitud de pico a pico de las olas y la respuesta horizontal de anclaje (surge) del modelo de plataforma, muestra que su respuesta está concentrada en tres bandas de frecuencia. Una coincide con la banda

JONSWAP del espectro de las olas de excitación, las dos restantes están ubicadas alrededor de los modos naturales del modelo de plataforma. El modo alrededor de la frecuencia asociada al movimiento de vaivén del modelo ("cabeceo" o pitch), el cual se encuentra ubicado alrededor de la escala $a = 2^{7.3}$ (correspondiente a un período de aproximadamente 66.4 s), presenta una tendencia global al decaimiento en magnitud, además muestra una

naturaleza aleatoria, como aquella de las olas de excitación, con picos romos de diverso tamaño esparcidos irregularmente en el tiempo. La porción de la respuesta situada alrededor del modo natural de surge de la estructura, que está situada alrededor de la escala $a = 2^{9.6}$ (correspondiente a un período de aproximadamente 325 s.), presenta una naturaleza prácticamente determinística. Alcanza un valor de pico transitorio, luego de lo cual decrece en amplitud hasta llegar a una meseta, estableciéndose en lo que parecería ser un estado estacionario.

Es muy importante subrayar que el tratamiento de los bordes de la serie temporal analizada puede conducir a

una inadecuada interpretación de los resultados dados por la TWC. Hay dos causas que justifican esta afirmación. Por un lado, los valores adicionales en los bordes de la serie temporal para hacer posible el análisis mediante una TWC pueden no representar adecuadamente a aquellos dados por el proceso físico correspondiente. Es decir, la "verdadera" serie más larga es cualitativamente diferente a la serie temporal artificialmente extendida para el análisis (e.g. ceros en el borde derecho de los datos correspondientes a las olas de entrada y la respuesta alrededor del período de "surge" [Jordan et al., 1998a, 1998b]). Por otro lado, singularidades que se encuentran situadas en las diferentes bandas de frecuencia de análisis pueden ser introducidas en el proceso de extensión de los bordes. Este fue el caso en el trabajo realizado por Jordan et al., y en una menor medida, en el análisis presentado aquí.

Referencias

BUCKHEIT, J. B. et al., "About Wavelab", Wavelab software package version 0.700, Technical Report, Department of Statistics, Stanford University, Stanford, California, 1995.

FARGE, M., "Wavelet transforms and their applications to turbulence", Annu. Rev. Fluid Mech., 24, pp. 395-457, 1992.

HERLEY, C., y VETTERLI, M., "Wavelets and recursive filter banks", IEEE Transactions on Signal Processing, 41, pp. 2536-2556, 1993.

JORDAN, D. A., MIKSAD, R. W., y POWERS E. J., "Implementation of the continuous wavelet transform for digital time series analysis", The

Review of Scientific Instruments, 3, pp. 1484-1494, 1997.

JORDAN, D. A., WEGGEL, D. C., MIK-SAD, R. W., y ROESSET, J. M., "*Wavelet analysis of the transient response of spar platforms*", Proceedings of the Eight International Offshore and Polar Engineering Conference, Montreal, Canada, 1998a.

JORDAN, D. A., WEGGEL, D. C., MIK-SAD, R. W., y ROESSET, J. M., "*Wavelet analysis of the response of a large spar platform undergoing random input wave excitation*", Proceedings of the Eight International Offshore and Polar Engineering Conference, Montreal, Canada, 1998b.

OTRC, "*Spar model test joint industry project final report: Project summary*", Offshore Technology Research Center, College Station, Texas, 1995.

STRANG, G., y NGUYEN, T., *Wavelets and Filter Banks*, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, Massachusetts, 1996.