



Alejandro Gronskis[†]

[†] Departamento de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.
Unidad de Investigación de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la Marina Mercante

Simulación numérica directa de flujos en presencia de una superficie deslizante

Resumen

El propósito de este trabajo es el estudio del flujo incompresible y uniforme contorneando un cilindro circular al cual se le impone un movimiento rotacional en torno a su eje. A tal efecto se realizan simulaciones numéricas directas (DNS) empleando el método de fronteras virtuales a fin de modelar la presencia del obstáculo en el flujo. La discretización espacial se efectúa a través de un esquema de diferencias finitas centradas compactas de sexta orden, en tanto que la discretización temporal se efectúa utilizando un esquema de Runge-Kutta de tercera orden de bajo almacenamiento.

El rango de números de Reynolds considerado corresponde al régimen de transición en la estela ($Re \approx 190$ a 260), mientras que el parámetro de rotación (relación de la velocidad tangencial en la pared del cilindro con la velocidad convectiva) varía de 0 a 3 .

Las simulaciones obtenidas permiten efectuar la comparación con estudios experimentales y numéricos acerca de la influencia de la velocidad de ro-

tación en el proceso de desprendimiento de vórtices detrás del cilindro. La extensión de los cálculos a tiempos adimensionales mayores que los alcanzados en estudios previos permite disponer de una descripción más completa del desarrollo temporal de la estela, así como también una mejor estimación de los coeficientes de arrastre y sustentación (este último caracteriza el efecto Magnus).

1. Introducción

El estudio del flujo alrededor de un cilindro rotante ha sido sujeto de numerosas investigaciones. El interés en este flujo se origina desde el punto de vista de la comprensión de la dinámica de la estela así como también por sus aplicaciones al control de flujos. A pesar de la simple geometría involucrada, el flujo resulta bastante complejo y varios aspectos concernientes al mismo permanecen sin resolver hasta la fecha.

Una de las cuestiones que merece atención es si la rotación del cilindro puede suprimir el desprendimiento de vórtices. Coutanceau & Ménard

(1985) concluyeron a partir de sus experimentos que un desprendimiento de vórtices de Karman modificado desaparece completamente para una velocidad de rotación superior a cierto valor (α_L). Se encontró asimismo que el valor de α_L no es muy dependiente del número de Reynolds considerado ($200 \leq Re \leq 1000$) y es aproximadamente igual a 2 . Por encima de este valor crítico sólo un vórtice fue desprendido durante el tiempo de sus observaciones y desapareció la calle de vórtices. Estas observaciones fueron corroboradas por los cálculos 2D de Badr & Dennis (1985). Chang & Chern (1991) encontraron desprendimiento de vórtices en el rango entero de $0 \leq \alpha \leq 2$. Sin embargo, el Re considerado en sus cálculos ($10^3 \leq Re \leq 10^6$) es bastante alto y se espera que la estela sea tri-dimensional. Chen *et al.* (1993) realizaron simulaciones 2D a Reynolds menores ($Re = 200$) donde se espera que los efectos tridimensionales sean casi despreciables. Contrariamente a los resultados previos, observaron que ocurre el desprendimiento de más de un vórtice para $\alpha = 3.25$, la velocidad de rotación más alta considerada en

sus estudios. Chew *et al.* (1995) a través de simulaciones 2D encontraron que para el flujo a $Re = 1000$ y cuando es mayor que 2, el desprendimiento alternado de vórtices no tiene lugar y la calle de vórtices de Karman convencional desaparece completamente. Los resultados más recientes de Mittal & Kumar (2003) para $Re = 200$ muestran que el desprendimiento de vórtices en efecto cesa más allá de $\alpha = 1.91$. Sin embargo, indicaron que el flujo alcanza el estado estacionario al cabo de un tiempo considerable, y es por esta razón que algunas investigaciones previas concluyeron a partir de sus simulaciones que el flujo a $\alpha = 3.25$ tiene asociado un fenómeno de desprendimiento de vórtices.

La variación del número de Strouhal $St = fD/U \infty$ (f es la frecuencia de desprendimiento de vórtices) con la velocidad de rotación para $\alpha \leq \alpha_L$ es otro punto de desacuerdo entre los resultados encontrados en la literatura. Los resultados de Kang & Choi (1999) muestran que para $Re = 160$ se observa una disminución de St al aumentar α . La misma tendencia es confirmada por Hu *et al.* (1996) para $Re = 60$ y por Mittal & Kumar (2003) para $Re = 200$. Por el contrario, Chew *et al.* (1995) encontró que St aumenta con α para $Re = 1000$.

El flujo alrededor de un cilindro rotante se caracteriza por la existencia de una velocidad tangencial en la frontera del cilindro. La misma puede lograrse a través de la rotación del cilindro pero también por otros medios que no involucren este movimiento. En la actualidad diferentes trabajos de investigación muestran que es posible lograr una velocidad tangencial en las fronteras sólidas disponiendo sobre la superficie actuadores electrohidrodinámicos que perturben el flujo bajo la acción de

fuerzas eléctricas. Estos dispositivos se basan en el establecimiento de una descarga eléctrica en aire en la vecindad de la superficie del cuerpo, y presentan como ventajas frente a otros actuadores la de no involucrar partes móviles y no agregar masa al flujo.

Se requiere el desarrollo de adecuadas herramientas de simulación que puedan describir los complejos fenómenos fluidodinámicos que tienen lugar cuando se agregan velocidades tangenciales en las fronteras sólidas, a fin de guiar el desarrollo y el uso de estrategias de control del flujo basadas en el uso de este tipo de actuadores.

El uso de una malla computacional regular es muy conveniente en términos de costo computacional y precisión. Sin embargo, puesto que no es posible ajustar la malla a las fronteras sólidas se requiere modelar la presencia del obstáculo en el flujo. Esto puede lograrse aplicando una fuerza en la frontera del cuerpo de manera de congelar el fluido en la región del cuerpo. Esta aproximación se denomina método de fronteras virtuales, en la cual el forzado se lleva a cabo introduciendo un campo de fuerza adicional en la ecuación de conservación de cantidad de movimiento. Este método ha sido empleado en un gran número de casos para producir la condición de no deslizamiento en las fronteras sólidas. A nuestro conocimiento los únicos estudios precedentes que hacen uso de este método para analizar el caso de velocidades tangenciales en fronteras sólidas han sido llevados a cabo por Saiki & Biringen [12]. Ellos analizaron el caso de un cilindro rotante a $Re = 200$ pero su método se validó únicamente a través de la comparación de líneas de corriente y perfiles de velocidad para una velocidad de rotación baja ($\alpha = 0.5$) a tiempos cortos.

El presente trabajo tiene como objetivo analizar la habilidad del método de fronteras virtuales para describir flujos con velocidades tangenciales en la frontera bajo condiciones más exigentes. Puesto que permite una fácil comparación con otros trabajos de investigación adoptaremos el caso de un cilindro rotante como punto de referencia. El régimen analizado será $Re = 125, 200$ y el rango del parámetro de rotación será $0 \leq \alpha \leq 3$.

Estamos además interesados en que el presente trabajo arroje alguna luz sobre la física de fenómenos que no han sido completamente analizados tales como el desarrollo de la característica periódica del desprendimiento de vórtices de Karman, la relación entre el número de Strouhal y el parámetro de rotación y las fuerzas que actúan sobre el mismo a diferentes valores del parámetro de rotación.

2. Metodología Numérica

2.1. Características generales del código Incompact3d

El código Incompact3d viene siendo utilizado para estudios de Simulación Numérica Directa (DNS) [1, 2, 3]. Este código resuelve las ecuaciones de continuidad y de cantidad de movimiento. Estas ecuaciones son discretizadas utilizando el método de diferencias finitas en una malla cartesiana uniforme.

La discretización espacial se efectúa a través de un esquema de diferencias finitas centradas compactas de sexta orden, en tanto que la discretización temporal se efectúa utilizando un esquema de Runge-Kutta de tercera orden de bajo almacenamiento. El obstáculo se representa a través del método de fronteras virtuales.

2.2. Ecuaciones gobernantes

Los principios de conservación de masa y de cantidad de movimiento son respectivamente representados por las ecuaciones de Navier-Stokes, adoptando la siguiente forma para un fluido incompresible

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{1}$$

$$\tag{2}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p - \vec{w} \times \vec{u} + \nu \nabla^2 \vec{u} + \vec{f}$$

donde ν es la viscosidad cinemática, $p(\vec{x}, t)$ el campo de presión dinámica ($P + \frac{1}{2}\rho|\vec{u}|^2$), $\vec{u}(\vec{x}, t)$ el campo de velocidad y $\vec{w}(\vec{x}, t)$ el campo de vorticidad ($\nabla \times \vec{u}$). El campo de fuerzas externas $\vec{f}(\vec{x}, t)$ se utiliza aquí para generar el cilindro virtual.

2.3. Método de fronteras virtuales

En el código Incompact3d se utiliza el término de fuerza retroalimentado (*feedback forcing term*) originalmente propuesto por Goldstein *et al.* [11], dado por

$$\vec{f}(\vec{x}, t) = \varepsilon(\vec{x}) \left[\alpha \int_0^t [\vec{u}(\vec{x}, t') - \vec{v}(\vec{x}, t')] dt' + \beta [\vec{u}(\vec{x}, t) - \vec{v}(\vec{x}, t)] \right]$$

donde α y β son constantes negativas. El campo escalar $\varepsilon(\vec{x}) \in$ define la ubicación de la frontera virtual, con $\varepsilon(\vec{x}) \neq 0$ en la región donde se aplica la condición de no deslizamiento. Si $(\vec{u} - \vec{v})$ reemplaza \vec{u} en la ecuación anterior, los puntos de la frontera terminarán adoptando la velocidad \vec{v} . Este campo de fuerza representa una retroalimentación de la información del campo de velocidad en los puntos de la frontera; esto es: si \vec{u} es positivo, \vec{f} incrementará su valor con el tiempo para oponerse al

flujo local, hasta llevar el mismo a un estado de reposo.

2.4. Condiciones de Contorno

A continuación se presentan las consideraciones referentes a las condiciones de contorno de la simulación efectuada.

a) Región de Entrada (inflow)

En la entrada del dominio se introduce un escurrimiento con un perfil de velocidad media $U_x=1, U_y=U_z=0$ pudiendo agregar un ruido blanco con el objetivo de generar mayores perturbaciones y acelerar el proceso de transición. En la simulación efectuada no se utilizó ningún ruido superpuesto a los perfiles de la entrada.

b) Región de Fronteras laterales (inflow)

Se utiliza la condición de deslizamiento libre en los contornos inferior ($y=0$) y superior ($y=L_y$), esto es

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} = 0, u_y = 0 \tag{4}$$

c) Región de Salida (outflow)

La condición de salida se define por la solución en $x=L_x$ de una ecuación de convección simplificada.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + U_{conv} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} = 0 \tag{5}$$

donde U_{conv} es igual a la velocidad media de convección de las estructuras principales del escurrimiento calculada en cada paso de tiempo. De acuerdo con Akselvoll y Moin [13], la degradación del escurrimiento impuesta por esta condición es suave y permanece con nada próxima a la región de salida. La Figura 1 muestra un esquema de las condiciones de contorno empleadas sobre los bordes externos del dominio de cálculo.

d) Región de Frontera del cilindro

La actuación sobre la superficie del cilindro se controla especificando la velocidad en los puntos de la frontera en la ecuación (3) de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \vec{v} &= (u_x]_b, u_y]_b) = \\ &= (-v_t \sin(\theta), v_t \cos(\theta)) \end{aligned} \tag{6}$$

$$\theta = \arctg\left(\frac{y_b}{x_b}\right) \tag{7}$$

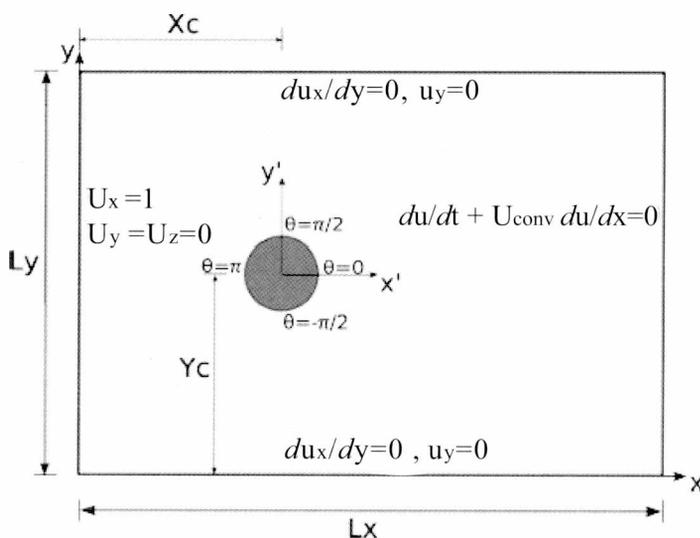


Figura 1: Esquema de las condiciones de contorno.

donde v_t es la velocidad tangencial del cilindro y (x_b, y_b) las coordenadas de los puntos pertenecientes a la frontera del cilindro con respecto a su eje.

De acuerdo a la forma que presente la variación del módulo de la veloci-

dad sobre la superficie v_t con la coordenada θ podremos definir distintos tipos de actuación. La rotación uniforme del cilindro con respecto a su eje en dirección antihoraria se controla especificando $v_t = \alpha U_\infty$, donde α es el parámetro de rotación.

3. Resultados

Los parámetros empleados en las simulaciones se detallan en el Cuadro 1. Los mismos se basan en la validación previa obtenida para el caso $\alpha = 0$ (cilindro sin rotación) efectuada por Vitola [14].

Cuadro 1: Parámetros empleados en las simulaciones del flujo alrededor de un cilindro sujeto a rotación uniforme y estacionaria.

| | | |
|---------------------|----------------|--|
| n_x | 685 | número de puntos de la malla en dirección x |
| n_y | 433 | número de puntos de la malla en dirección y |
| L_x | $19D$ | tamaño del dominio en dirección x |
| L_y | $12D$ | tamaño del dominio en dirección y |
| X_c | $8D$ | ubicación del centro del cilindro en dirección x |
| Y_c | $6D$ | ubicación del centro del cilindro en dirección y |
| $\alpha_v; \beta_v$ | $-10000; -100$ | parámetros del método de fronteras virtuales |
| $\eta(r)$ | 0 | función que distribuye la fuerza en el interior del cilindro |
| D | 36Δ | resolución de la malla en dirección x e y |

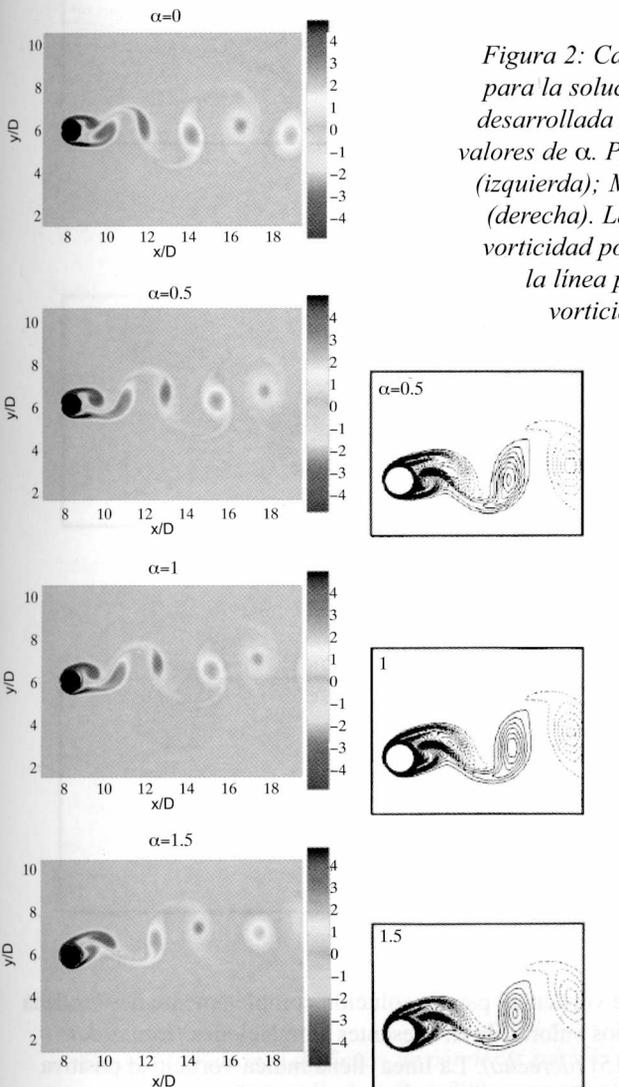


Figura 2: Campos de vorticidad para la solución completamente desarrollada a $Re = 200$ y varios valores de α . Presentes simulaciones (izquierda); Mittal & Kumar [15] (derecha). La línea llena indica vorticidad positiva mientras que la línea punteada indica vorticidad negativa.

3.1. Patrones de flujo instantáneo

Los campos de flujo instantáneo ayudan a identificar los mecanismos responsables de la supresión del desprendimiento de vórtices debida a la rotación. Para todos los valores de α analizados, el flujo alcanza un estado estacionario o bien llega a una solución donde la dependencia temporal es periódica. Mientras que el flujo es no estacionario para valores bajos de α , alcanza un estado estacionario para un valor de $\alpha = \alpha_L$. Puede observarse a partir de los campos de vorticidad de las Figuras 2 y 3 que un incremento en la velocidad de rotación se acompaña por un aumento en la inclinación de la estela en la dirección de rotación y una reducción en su ancho lateral. Comparamos aquí los campos instantáneos obtenidos a través de nuestras simulaciones con aquellos obtenidos en forma numérica por Mittal & Kumar [15]. Mientras existe desprendimiento de vórtices, los campos de vorticidad en una región lejana a la superficie del cilindro presentan similitud en su forma global, lo cual indica que el efecto de la rotación se encuentra confinado al flujo en una región pró-

xima a la superficie del cilindro. En esta región, al aumentar α , la vorticidad negativa en la parte superior del cilindro se vuelve más predominante que la vorticidad positiva en la parte inferior. Por consiguiente, cuando $\alpha = \alpha_L$ cesa completamente el desprendimiento de vórtices y el flujo presenta dos burbujas estacionarias juntas al cilindro. A medida que aumenta α , las burbujas se vuelven más delgadas y más inclinadas en la dirección de rotación.

En la Figura 4 se muestran las líneas de corriente obtenidas para las mismas condiciones de la Figura 2. En forma global se observa que la rotación del cilindro produce un efecto substancial en los patrones de flujo. Cuando la velocidad de rotación es baja $\alpha < \alpha_L$, se desprenden dos vórtices en forma alternada a cada lado del cilindro y la configuración del desprendimiento varía con α . A medida que α aumenta, el vórtice situado en la parte superior de la estela se vuelve más energético, mientras que el ubicado en la parte inferior se vuelve más débil. Finalmente, el vórtice inferior desaparece completamente cuando $\alpha > \alpha_L$, cesando el desprendimiento de vórtices.

3.2. Coeficientes de arrastre y sustentación

Las características de las fuerzas de arrastre y sustentación ejercidas sobre el cilindro rotante se investigan en función de los coeficientes de arrastre C_D y sustentación C_L . Las fuerzas totales de arrastre y sustentación se descomponen en las fuerzas debidas a la presión y a la fricción:

$$C_D = C_{Dp} + C_{Df}, \tag{8}$$

$$C_L = C_{Lp} + C_{Lf}$$

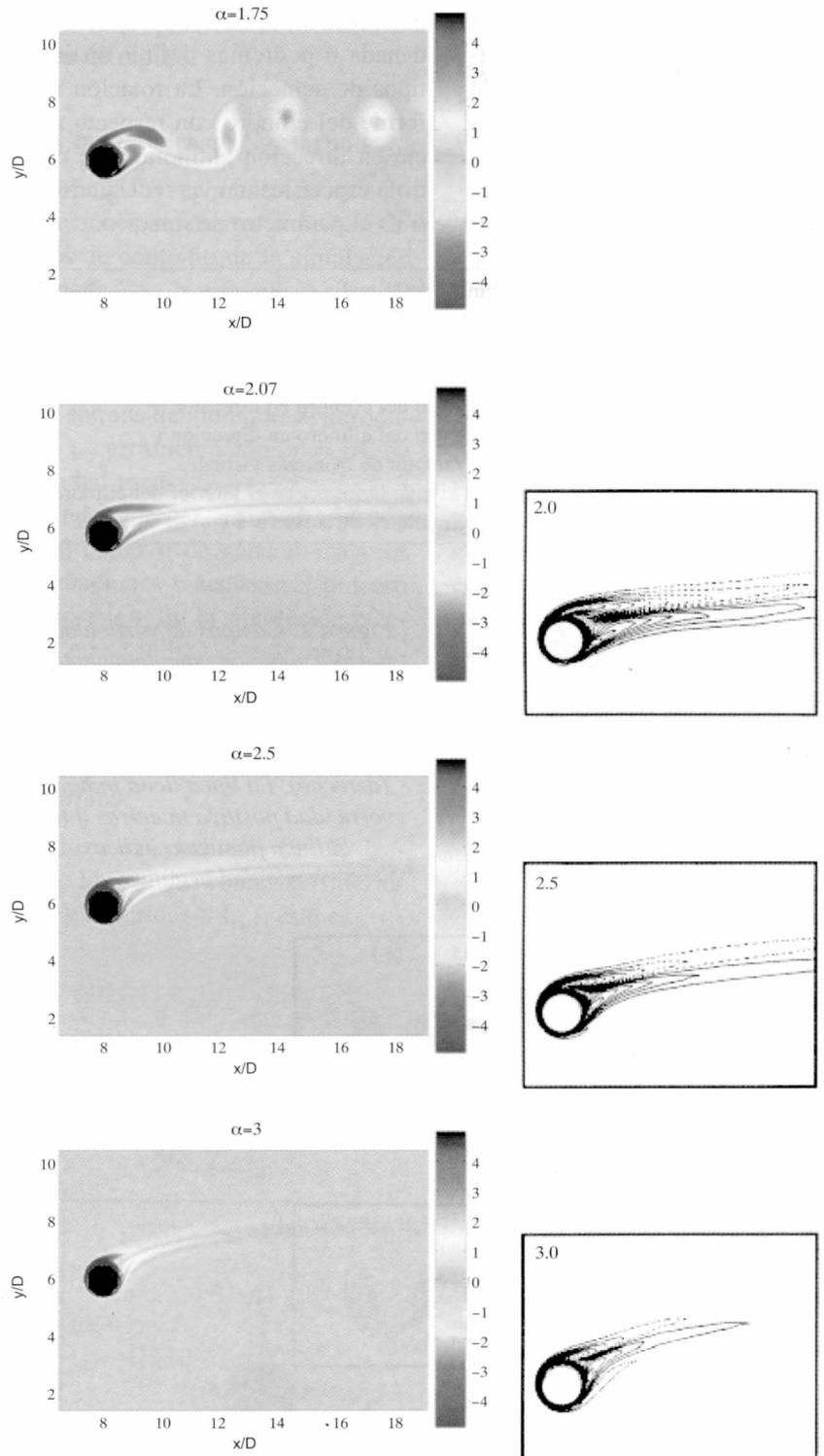


Figura 3: Campos de vorticidad para la solución completamente desarrollada a $Re=200$ y varios valores de α . Presentes simulaciones (izquierda); Mittal & Kumar [15] (derecha). La línea llena indica vorticidad positiva mientras que la línea punteada indica vorticidad negativa. (continuación).

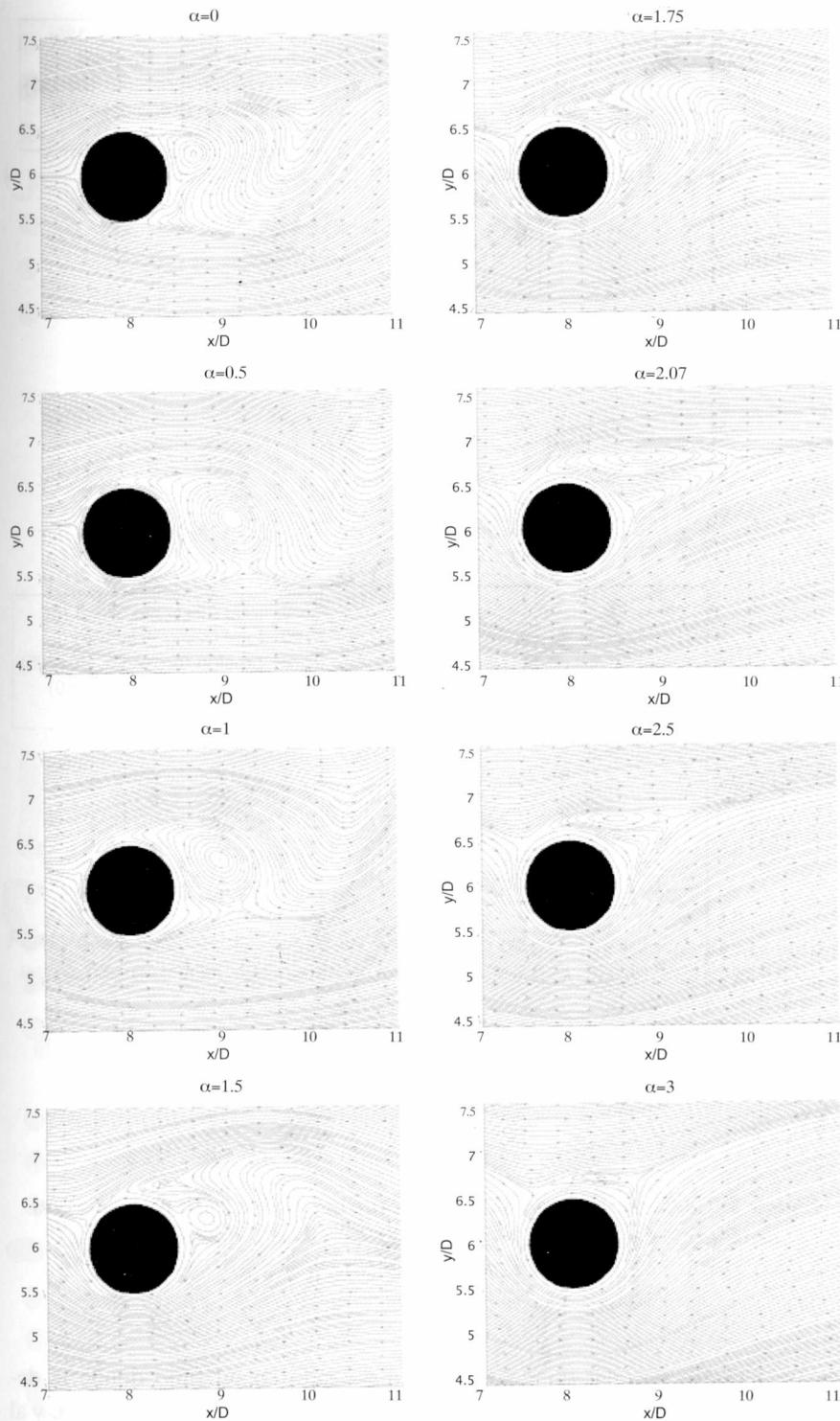


Figura 4: Patrones de líneas de corriente para la solución completamente desarrollada a $Re=200$ y varios valores de α .

Las variaciones de los coeficientes de arrastre y sustentación para casos con varias combinaciones del parámetro de rotación y el número de Reynolds se muestran en las Figuras 5-7.

La Figura 5 muestra los coeficientes de arrastre y sustentación medios para todos los casos analizados, comparados con los obtenidos a partir de la teoría del flujo potencial, donde

$$C_D = 0, \quad C_L = -2\pi\alpha \quad (9)$$

En la Figura 5(a) los coeficientes $\langle C_L \rangle$, $\langle C_{Lp} \rangle$ (negativos) aumentan en proporción lineal con α para bajas velocidades de rotación ($\alpha < 1$). Los resultados están en buena concordancia con el estudio numérico de Kang & Choi [21]. Como se observa en la figura, la fuerza de sustentación proviene en su mayor parte de la fuerza de presión y su contribución aumenta al incrementar el Re . Puesto que un cambio en el Re afecta fundamentalmente la fricción la cual aporta una contribución despreciable a la fuerza total de sustentación, el coeficiente $\langle C_L \rangle$ es casi independiente del Re . Los coeficientes $\langle C_D \rangle$, $\langle C_{Dp} \rangle$ se muestran en la Figura 5(b). Se observa que el arrastre por fricción es del mismo orden de magnitud que el arrastre por presión y por lo tanto el arrastre total presenta una dependencia relativamente importante sobre el Re . A medida que aumenta el Re , disminuye el arrastre por fricción (y por consiguiente el arrastre total). A medida que aumenta α , disminuye en forma pronunciada el arrastre por presión y aumenta levemente el arrastre por fricción resultando en una disminución neta del arrastre total.

El comportamiento de las fuerzas de arrastre y sustentación puede representarse más claramente en la forma de un diagrama de fase, graficando C_L en función de C_D a $Re=125$ y

$Re=200$ como se muestra en la Figura 6. Estos diagramas confirman que las fuerzas de arrastre y sustentación medias disminuyen y aumentan, respectivamente, al incrementar α . Al mismo tiempo, la amplitud de la fluctuación de la fuerza de sustentación permanece casi constante mientras que la correspondiente a la fluctuación de la fuerza de arrastre aumenta en el rango de desprendimiento de vórtices. Se observa además que el diagrama de fase colapsa en un punto para $\alpha > \alpha_L$, por ejemplo $\alpha_L = 1.95$ para $Re=125$ y $\alpha_L = 2.0$ para $Re=200$. A $\alpha=0$, el desprendimiento de vórtices ocurre a la frecuencia de C_L siendo esta la mitad de la correspondiente a C_D , resultando en un flujo simétrico y un cruce de línea que se produce en el diagrama de fase como se aprecia en la Figura 7. Cuando el cilindro rota, en cambio, el flujo se torna asimétrico mientras que C_D presenta la misma frecuencia que C_L .

4. Conclusiones

En este trabajo, hemos llevado a cabo un estudio numérico del flujo laminar bidimensional alrededor de un cilindro sujeto a rotación uniforme y estacionaria, a través del cual comprobamos que el método de fronteras virtuales aplicado a un código numérico basado en la técnica DNS nos permite realizar simulaciones de flujos en presencia de una superficie en movimiento. Las principales características estructurales de estos complejos flujos observadas experimentalmente por Coutanceau & Ménard [20] y D'Adamo [23], y numéricamente por Mittal & Kumar [15], Kang & Choi [21], Chen *et al.* [17] y Saiki & Biringen [12] se recuperan aquí satisfactoriamente. La rotación

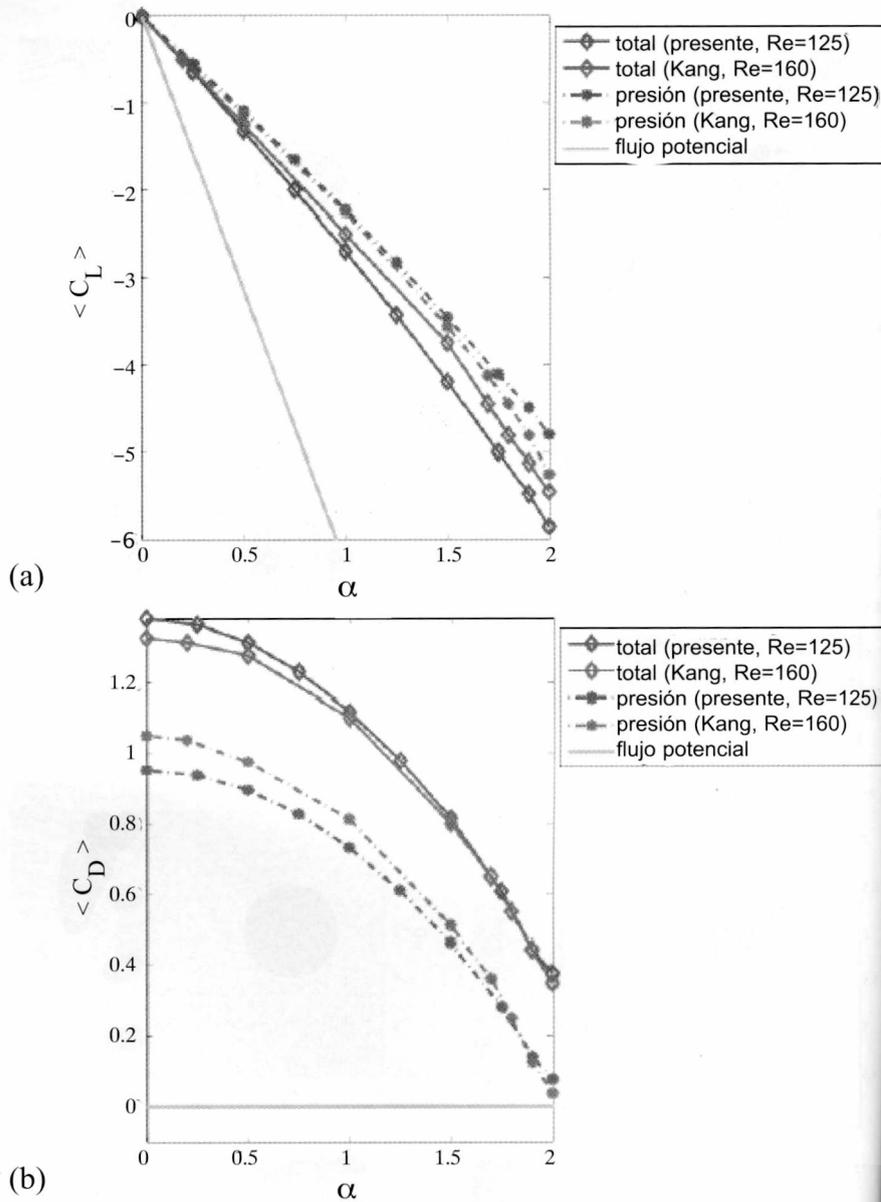


Figura 5: Coeficientes de arrastre y sustentación medios para varios valores de α ; (a) $\langle C_L \rangle$, $\langle C_L p \rangle$; (b) $\langle C_D \rangle$, $\langle C_D p \rangle$. Kang se refiere a Kang & Choi [21].

de un cilindro circular en un flujo uniforme puede alterar en forma significativa los patrones de flujo y, de esta forma, reducir las oscilaciones ocasionadas por el desprendimiento de vórtices. Los resultados muestran que a bajas velocidades de rotación existe desprendimiento de vórtices

resultando en un flujo donde la dependencia temporal es periódica, y al alcanzar una velocidad de rotación crítica α_L el desprendimiento desaparece en forma completa. Esta velocidad depende del número de Reynolds, por ejemplo $\alpha_L \approx 1.95$ para $Re=125$ y $\alpha_L \approx 2,0$ para $Re=200$

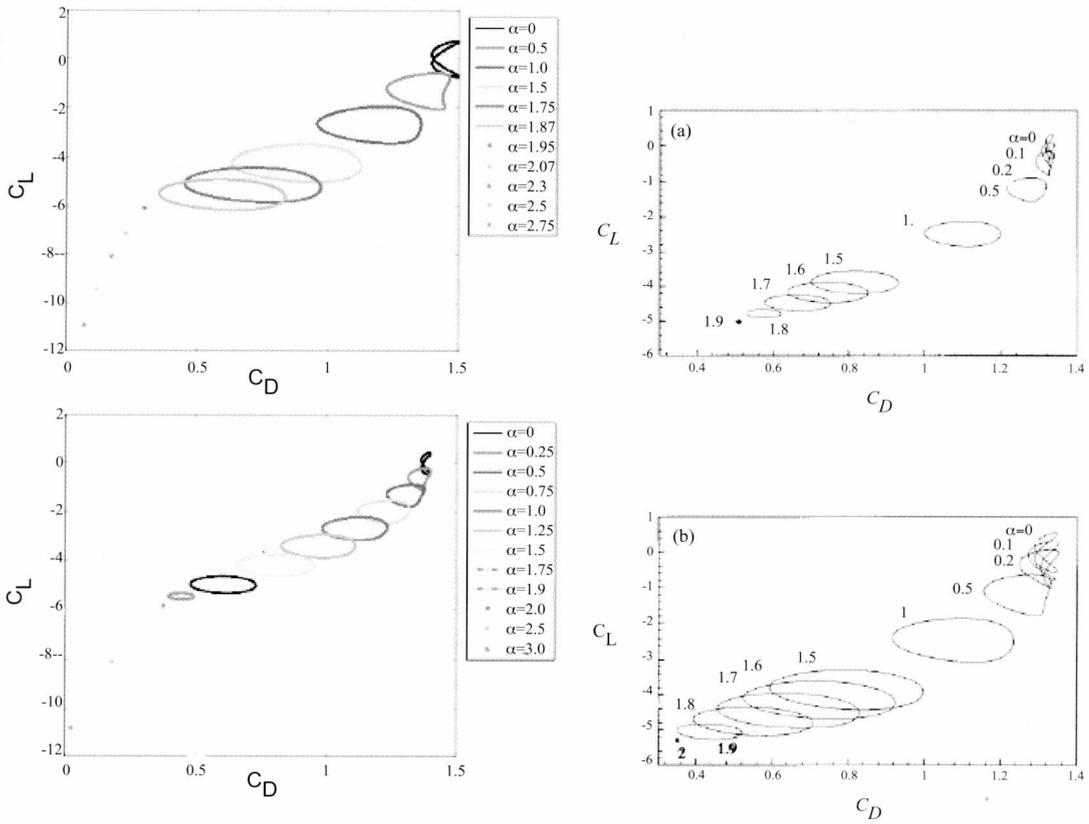


Figura 6: Diagramas de fase de los coeficientes de arrastre y sustentación para varios valores de α . Presentes simulaciones (izquierda): $Re=125$ (arriba), $Re=200$ (abajo); Kang & Choi [21] (derecha). $Re=100$ (arriba), $Re=160$ (abajo).

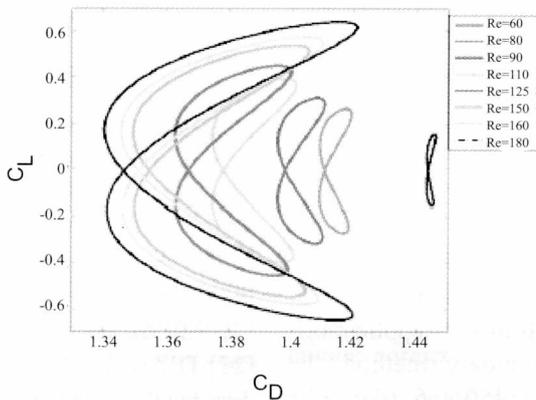


Figura 7: Diagramas de fase de los coeficientes de arrastre y sustentación para $\alpha = 0$ y varios valores de Re .

Se observan cambios notables en los patrones de flujo en el rango $\alpha < \alpha_L$. En primer lugar, el número de Strouhal es casi independiente de la velocidad de rotación, pero en cambio depende fuertemente del número de Reynolds. En segundo lugar, a medida que aumenta la velocidad de rotación, la fuerza de sustentación media aumenta casi linealmente con α y la fuerza de arrastre media disminuye. Al mismo tiempo, la amplitud de la fluctuación de la fuerza de sustentación permanece casi constante mientras que la correspondiente a la fuerza de arrastre aumenta con α ; estas

fluctuaciones desaparecen cuando $\alpha = \alpha_L$.

Para $0 < \alpha < \alpha_L$ la estela detrás del cilindro presenta el camino de vórtices de Von Karman el cual se desvía del eje central del cilindro al aumentar al mismo tiempo que la estela se vuelve más estrecha. Al incrementar α por encima de α_L la vorticidad que se genera en la superficie del cilindro se arrastra conjuntamente con el cuerpo. El flujo a $Re=125$ permanece estable en el rango $\alpha_L < \alpha < 3$. Cabe señalar varios aspectos relacionados al tratamiento del código de cálculo los cuales ejercen influencia directa en el costo computacional de las simulaciones:

- A fin de describir adecuadamente la dinámica del flujo alrededor de un cilindro sujeto a altas intensidades de actuación uniforme se requirieron amplios dominios de cálculo.
- Para los casos en los cuales la actuación produce perturbaciones ubicadas en las proximidades de los límites de estabilidad del flujo, se requirieron largos tiempos de simulación a fin de obtener una solución completamente desarrollada.

Referencias

- [1] LAMBALLAIS, E., SILVESTRINI, J., 2002. Direct numerical simulation of interactions between a mixing layer and a wake around a cylinder. *J. Turbul.* 3, 028.
- [2] SILVESTRINI, J. H., LAMBALLAIS, E., 2002. Direct numerical simulation of wakes with virtual cylinders. *Int. J. Comp. Fluid Dynam.* 16 (4), 305-314.
- [3] RIBEIRO, P., Desprendimento de vórtices e controle em esteira de cilindros por simulacao numerica direta. Master's thesis, Instituto de Pesquisas Hidraulicas - IPH/UFRGS, 2002.
- [4] J. SILVESTRINI and E. LAMBALLAIS. Direct numerical simulation of oblique vortex shedding from a cylinder in shear ow. In Proc. 3rd International Symposium on Turbulence and Shear Flow Phenomena, Sendai, Japan, 2003.
- [5] S. LAIZET and E. LAMBALLAIS. Compact schemes for the DNS of incompressible ows: in what context is the quasi-spectral accuracy really useful? In Proc. IV Escola de Primavera de Transicao e Turbulencia, Porto Alegre, RS, Brazil, 27/9-1/10.
- [6] LELE, S. K., 1992. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.* 103, 16-42.
- [7] WILLIAMSON, J. H., 1980. Low-storage Runge-Kutta schemes. *J. Comp. Phys.* 35, 48-56.
- [8] LAMBALLAIS, E., Simulations numériques de la turbulence dans un canal plan tournant. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996.
- [9] PESKIN, C. S., 1977. Numerical analysis of blood ow in the heart. *J. Comput. Phys.* 25:3.
- [10] PESKIN, C. S., & FOGELSON, A. L., 1988. Fast numerical method for solving the three-dimensional Stokes equations in the presence of suspended particles. *J. Comput. Phys.* 79:1.
- [11] GOLDSTEIN D., HANDLER R. and SIROVICH L., 1993. Modeling a no-slip boundary condition with an external force field. *J. Comput. Phys.* 105, 354-366.
- [12] SAIKI, E. M. and BIRINGEN, S., 1996. Numerical simulation of a cylinder in uniform ow: application of a virtual boundary method. *J. Comp. Phys.* 123, 450-465.
- [13] AKSELVOLL, K., MOIN, P., Large-eddy simulation of turbulent conical coannular jets. *J. Fluid Mech.* 315, 387-411.
- [14] VITOLA, M., 2004. Apresentacao de Quali cao de Tese de Doutorado Unpublished.
- [15] MITTAL, S., and KUMAR, B., 2003. Flow Past a Rotating Cylinder. *J. Fluid Mech.* 476, 303-334.
- [16] CHEW, Y., CHENG, M. & LUO, S., 1995. A numerical study of ow past a rotating circular cylinder using a hybrid vortex scheme. *J. Fluid Mech.* 299, 35-71.
- [17] CHEN, Y., OU, Y. & PEARLSTEIN, A., 1993. Development of the wake behind a circular cylinder impulsively started into rotary and rectilinear motion. *J. Fluid Mech.* 253, 449-484.
- [18] CHANG, C., & CHERN, R., 1991. Vortex shedding from an impulsively started rotating and translating circular cylinder. *J. Fluid Mech.* 233, 265-298.
- [19] BADR, H., & DENNIS, S., 1985. Time-dependent viscous ow past an impulsively started rotating and translating circular cylinder. *J. Fluid Mech.* 158, 447-488.
- [20] COUTANCEAU, M., & MENARD, C., 1985. Influence of rotation on the near-wake development behind an impulsively started circular cylinder. *J. Fluid Mech.* 158, 399-446.
- [21] KANG S. and CHOI H. 1999 Laminar ow past a rotating cylinder *Phys. Fluids* 11, 3312-3320.
- [22] WILLIAMSON C H K 1989 Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers *J. Fluid Mech.* 206, 579-627.
- [23] D'ADAMO J 2007 Modelos Reducidos Para el Control de Flujos con Actuadores EHD PhD Thesis Universidad de Buenos Aires.